研究ノート

結合生産財市場の自律的調整と加速的調整の可能性

Autonomous vs accelerated market adjustments in the presence of joint production

キーワード：結合生産、競争均衡、繰り返しオークション、ニュートン法

西村一彦

複数の財を結合生産する主体においては、ある財の限界費用は、他の財の市場価格に依存する。結合生産主体が複数存在する場合、各財の競争均衡価格は、各々の財市場において、実際の財の取り引きに先立ちオークションを繰り返すことによって決定することが可能である。しかし、各主体における複数の財の生産性に関する相互依存性が強い場合、市場価格が均衡に収束するまでに膨大なオークションの繰り返しが必要となり、実際の取り引きを限られた時間内に競争均衡価格で行うことが困難となる。本論では、このような場合に対して、各々の財に関するオークションの動向から競争均衡価格の推定を行い、結果を各生産主体にフィードバックさせることで，競争均衡価格を効率的に実現する手法を述べる。

1. はじめに
2. 複数財生産者間の繰り返しオークション
3. 二財二主体のモデルとシミュレーション
4. おわりに

1. はじめに

本論では、複数財生産（結合生産）の技術的特徴に注目することで、複数の財に関して各々独立に存在する市場の動向から有益な情報を抽出し、それを各々の市場にフィードバックすることで、市場に元来備わっている調整機能を強化する方法を検討する。結合生産は一般的には、「同時に複数の財が生産される生産プロセス」と定義される。本論ではさらに、一定の投入に対して結合生産される複数の財の生産量を調節することが可能である場合[1]を想定する。

生産主体において結合生産が採用される理由は、別々に生産を行うよりも有利であるからに他ならない。この性質を換言すれば、生産主体の費用が生産量の組に対し劣加法的（subadditive [3, 5]）であるということになる。後述するが、費用が生産規模に対して逓増的でありかつ、あらゆる生産量の組に対して劣加法的であれば、費用関数は、生産量の凸関数であるということができる[2]。このとき、結合生産を行う主体の（一定の費用の下での）生産可能性フ

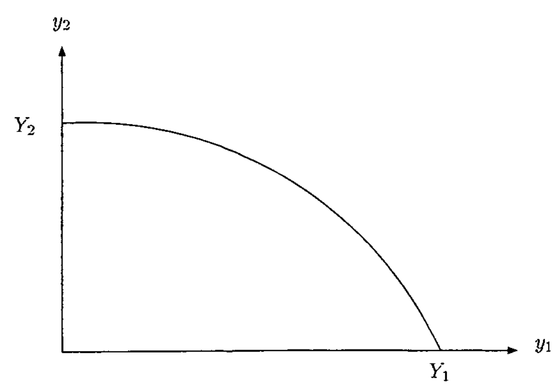

図1　結合生産主体の生産可能性フロンティア

1 調整が可能でない場合は、可能である場合の一種として扱うことが可能である。

2 換言すれば、範囲の経済性はあるが、規模に関する経済性はない場合が相当する。

ロンティアは、図1に示すような形状をしていることになる。

本論であつかう結合生産の一例として発電が挙げられる。発電設備は、ピーク電力やオフピーク電力といった複数の財を、同一の発電機または発電システムで供給することが可能であり、ピークとオフピークで別々に発電するよりも、両方を同時に（連続的に）発電する方が起動のたびに点火する手間が省け、両方の財に関して生産性が高い。図の財1、2 がそれぞれピーク電力、オフピーク電力に対応するとすれば、Y_1 はオフピーク時に発電を全く行わないときに生産可能なピーク電力量であり、Y_2 はピーク時に発電を全く行わないときに生産可能なオフピーク電力量ということになる。当然、（直線 Y_1Y_2 に沿って）別々に発電するよりも、（生産可能性フロンティアに沿って）同時に生産した方が有利である[3]。

また、二酸化炭素などの排出権が市場で取引されるようになれば、発電は、電力と排出権という二つの財を結合的に生産することになる。図の財1、2 がそれぞれ排出権と電力に対応するとすれば、Y_1 は発電を全く行わないときに生産（供給）可能な排出権の量であり、Y_2 は排出権の供給を完全に諦めねばならない電力の生産量ということになる。電力の生産量が小さい段階ではクリーンな発電機を用いるため、対価として諦めねばならない排出権の量はそれほどでもないが、電力の生産量が大きくなるにつれて諦めねばならない排出権の量は多くなるという特徴は、結合生産主体の生産可能性フロンティアの形状と整合的である。

結合生産の特徴は、各々の財の生産性がそれを除く他の財の生産量に依存して決まるという生産財間の「相互依存性」にあるということができる。生産主体が自身の生産する財を市場に供給する際、売値を提示する必要があるが、結合生産主体の場合には、ある財の売価を決めるために、それを除く他の財の売価（市場価格）が予め必要となる。さらには、本来売価を決定すべきは、他の財がいくらであるという条件付きの「この財」ということになるが、組み合わせが膨大に存在する条件付財すべてに対する正しい入札が実行可能であるとは考えにくい[4]。したがって、売価を決定する最も現実的な方法は、当該財以外の財の市場価格を暫定的に所与として、売価を決定することである。

市場が競争均衡にあるならば、一つの競争均衡価格が各々の財に関して定まっていることになる。したがって、競争均衡では、結合生産主体がある財の売価を提示する際、いみじくも暫定的に所与とした他の財の市場価格が競争均衡価格であり、自身が提示する当該財の売価もまた競争均衡価格となっていなくてはならない。競争均衡価格による取り引きは、社会厚生の面（パレート基準）から見て望ましいため， 競争均衡価格を各財について決定する必要がある。そこで、実際の取り引きに先立って、各生産主体が提示する売価によって入札を行い、そこで決定した暫定的市場価格を次回の入札のための暫定的市場価格に用いてさらなる入札を繰り返すという繰り返しオークション［7］により、競争均衡価格を決定するという方法が考えられる[5]。このプロセスが収束した状態が、競争均衡状態に他ならないからである。

複数財間の相互依存性が強い場合、繰り返しオークションが収束するまでに多くの繰り返し

3 結合生産の例は他にも石油精製プロセスなどがある。これは、蒸留搭に原油を投入することで、ナフサ、ガソリン、軽油、重油などが同時に生産されるうえ、条件を変えることにより、蒸留される各成分の生産量をある程度調節することが可能である。

4 詳細は、例えば［6］を参照のこと。

5 繰り返しオークションは、相互依存関係にある複数財の取引において一般的に用いられる方法である。携帯電話などの周波数帯域［4］を例に取れば、ある町のある帯域のライセンスは、他の町で同じ帯域を持っているものにとっては、より価値が高いという相互依存性がある。

を必要とする可能性が大きい。さらに、結合生産主体が（電力のように）複雑な生産システムを保有している場合、一回の入札価格を決定するのには相当の時間がかかることになる。これは、（電力のように）一定時間内に価格を決定して取引を執行しなければならない場合には、社会厚生の側面からは大きな問題となる。このような場合、繰り返しオークションにおいて各主体が所与とする暫定的市場価格を、オークションの主催者（auctioneer）が適切に誘導することによって、競争均衡価格をより少ないオークションの繰り返しで実現できる可能性がある。本論では、オークション主催者による価格の適切な誘導方法の一つを提案する[6]。

議論のエッセンスを明確にするため、本論で扱うオークションでは、複数財に関する価格に対して非弾力的な需要に対して結合的に生産を行い供給を行おうとする売り手（結合生産主体）と、売り手間の調整を無償で行う公的なオークション主催者がいて、各財の供給価格が、財ごとに独立した市場における繰り返しオークションによって決定される場合を考える[7]。その際、オークションに参加する結合生産主体は何れも市場支配力がないものとし、秘密入札によって限界費用に近い供給価格を繰り返し入札するものとする[8]。各財に関する各オークションでは、板合せ仕法などによって暫定的市場価格が一意に決定されるものとするが、主催者は独立に行われる各財のオークション結果を直接公表せず、公的観点から何らかの操作を加えることができるものとする。

各主体が限界費用を繰り返し入札することを通じて、各財に関する需要と供給が一致するまで価格および数量が調整されるプロセスは、ワルラス型オークション（tâtonnement [10]）であるということもできる。したがって本論で扱う問題は、ワルラス型オークションの特殊ケースであるということになるが、なかでも結合生産主体間の取引の動学を扱った先行研究は見あたらない。

そこで本論ではまず、結合生産主体の生産技術が、競争的枠組みに矛盾しない特徴を持っている場合、費用関数が狭義凸関数となり、各財の繰り返しオークションにおいて常に限界費用を入札する場合、主催者の介入なしに自律的に競争均衡を実現できることを示す。次いで、各オークションのラウンドにおいて決定する各財の暫定価格から、費用関数の線形近似を導き、ニュートン/ラフソン法と同様の方法で競争均衡価格を推定する方法を述べる。最後に、二財二主体モデルを導入し、計算機シミュレーションによって、実際にこのような線形近似法が自律的な収束に任せる場合にに比べて競争均衡を早期に実現できることを示す。

2. 複数財生産者間の繰り返しオークション

まず、結合生産主体による繰り返しオークションをモデル化しよう。全部で n 種類の財を結合生産する主体の生産量（ベクトル）を $y \in R^n$、費用関数を $c(y): R^n \to R^1$ とかくことにする。

補題 1.　生産規模に関して費用逓増的でありかつあらゆる生産の組に対して劣加法的である費用関数 $c(y)$ は、狭義凸関数である。

証明. あらゆる生産の組 y、y' に対して劣加法

6 条件付財市場の創設による市場機能の強化という考え方に基づけば、組み合わせ入札（combinational bids [6, 9]）の導入によるオークションの効率化が考えられるが、本論では組み合わせ入札の実行が困難である場合に対して、主催者側による価格の誘導という方法を検討する。

7 すなわち、組み合わせ入札はないものとする。

8 市場支配力がある場合でも、第二価格秘密入札 [11] などのプロトコルの設計によって限界費用に近い価格の入札を促すことは可能である。（ただし、数量の選択が可能である場合には、問題は複雑化する [8]。）何れにせよ本論では、オークションの参加者同士の相互依存関係、なかんずく戦略的行動のインセンティブがない場合を想定している。

的であることから、$c(y+y') \leq c(y)+c(y')$ である。これより、任意の $\lambda \in [0,\ 1]$ に対して、$c(\lambda y+\{1-\lambda\}y') \leq c(\lambda y)+c(\{1-\lambda\}y')$ である。一方、$c(y)$ が生産規模に関して費用逓増的であるとは、$\lambda \in [0,\ 1]$ に対して、$c(\lambda y)<\lambda c(y)$ あるいは、$c(\{1-\lambda\}y')<\{1-\lambda\}c(y')$ となることだから、結局狭義凸性の条件 $c(\lambda y+\{1-\lambda\}y')<\lambda c(y)+\{1-\lambda\}c(y')$ を得る。　(QED)

本節では n 個の財を結合生産する主体が m 個（人）存在し、各主体 k は、その生産量 $y_k \in R^n$ に対して費用関数 $c_k(y_k)$ を持つときの繰り返しオークションを考察する。このとき、各財のオークションで主体 k が限界費用での入札を行うものとすれば、主体 k の入札価格 $p^k \in R^n$ は、$p^k=\nabla c_k(y_k)$ と表される[9]。ところが、繰り返しオークションの一つのラウンドで決定される価格は一意であり、これを $p \in R^n$ とすると、次項の成立が必要である。

$$p = \nabla c_k(y_k) \quad k = 1,\ \cdots,\ m \tag{1}$$

ここで、(1) の逆写像 $h_k: p_k \to y_k$ を導入しよう。

$$y_k = h_k(p) \quad k = 1,\ \cdots,\ m \tag{2}$$

これは、あるラウンドで決定した p のもとで、各主体 k が行う生産 y_k を表すものである。したがって、全体での生産（供給）量は $y=\Sigma_{k=1}^m y_k$ ということになる。

一方、n 個の財に関して価格に対して非弾力的な需要を $X \in R^n$ としよう。もしある財に関して供給よりも需要の方が超過している場合、次回のラウンドではその財の価格は上がり、逆に供給が超過している財の価格は下がることになる。このような変化が連続的に起こるとすれば、繰り返しオークションのダイナミクスは次のような自律系の微分方程式に換言される。

$$\dot{p} = z(p) = X - \sum_{k=1}^{m} h_k(p) \tag{3}$$

一方、(1) および (2) を全微分することにより、次項を得る。

$$dp = \nabla^2 c_k(y_k)dy_k$$
$$dy_k = \nabla h_k(p)dp$$

したがって、

$$dy_k dp = dy_k \nabla^2 c_k(y_k)dy_k$$
$$= dp \nabla h_k(p)dp$$

を得るが、補題 1 より、$\nabla^2 c_k(y_k)$ は正値定符号でなくてはならないので、結局如何なる dp に対しても $dp\nabla h_k(p)dp>0$ であることになり、したがって、$\nabla h_k(p)$ もまた正値定符号であることになる。さらに、$\nabla^2 c_k(y_k)^{-1}=\nabla h_k(p)$ であることから、$\nabla h_k(p)$ は対称行列であることがわかる。

さて、本節の目的の一つは、(3) の安定性の吟味である。そこで、行列$\nabla z(p)$ の安定性を検討しよう。(3) より、次項を得る。

$$\nabla z(p) = -\sum_{k=1}^{m} \nabla h_k(p)$$

正値定符号行列の和もまた正値定符号であることから、$\nabla z(p)$ は負定ということになる。したがって、$\nabla z(p)$ の固有根（の実部）はすべて負であることになり、行列 $\nabla z(p)$ は安定であることになる。したがって、リアプノフの直接法 [2] によれば、結局 (3) は漸近安定であると結論づけられる。

さらに、(3) の均衡解を自律的にではなく、最も単純な線形近似の繰り返しによって求める方法を検討しよう。均衡解は $\dot{p}=0$ の状態であるから、求めるべきものは、n 次元の非線形方程式系

$$z(p) = X - \sum_{k=1}^{m} h_k(p) = 0$$

の解であり、これは次のようなニュートン/ラフソン法のアルゴリズム [1] によって求めることができる。

アルゴリズム

1. 初期点 $p^0 \in R^n$ を決め、$r=0$ として 2 へ。
2. $p^{r+1} = p^r - \nabla z(p^r)^{-1}z(p^r)$ として 3 へ。
3. $r=r+1$ として 2 へ戻る。

---

[9] ここで、∇ は一階偏微分を表す記号とする。

オークションの主催者は各ラウンド r における $z(p^r)$ をモニターすることができるから、異なるラウンドにおける $z(p)$ の違いからステップ2の $\nabla z(p^r)$ の近似値を求めることが可能である。したがって、上記のアルゴリズムの手順にしたがって生成される p^r を繰り返しオークションにおける暫定的市場価格としてアナウンスすることによっても､競争均衡を実現することができる。もし、自律系（3）よりも、このような外的調整によるの方が少ないラウンド数で均衡に到達するのであれば、オークションの主催者による積極的な価格の誘導によって，社会厚生の観点から効率的な取引を効率的に実行できることになる[10]。

3. 二財二主体のモデルとシミュレーション

本節では、$n=2$、$m=2$ として繰り返しオークションをより詳細にモデル化し、計算機シミュレーションを行う。そこでまず、各ラウンドにおける数量と価格の組み合わせによる入札を検討する。財1のオークションにおいて数量と価格が同時に入札される場合、財2の価格 p^2 を所与として需要 X^1 をちょうど満たすような価格 p^1 が、各ラウンドにおいて決定することになる。当然財2に関しても同様である。

いま、財 j の価格 p^j を所与とする主体 k が、財 i に関する入札価格 p^j に対して組み合わせる財 i の数量を $h_k^i(p^i\,;\,p^j)$ と表すものとすれば、繰り返しオークションにおけるあるラウンドで決定される財の価格 p^1、p^2 は、次の連立方程式において $y^1=y^2=0$ となる解である。

$$y^1 = h_1^1(p^1\,;\,p^2)+h_2^1(p^1\,;\,p^2)-X^1$$

$$y^2 = h_1^2(p^2\,;\,p^1)+h_2^2(p^2\,;\,p^1)-X^2$$

これをまとめて次のようにかくことにする。

$$y^1 = h^1(p^1 : p^2)-X^1$$

$$y^2 = h^2(p^2 : p^1)-X^2$$

全微分により、次項を得る。

$$\begin{bmatrix} dy^1 \\ dy^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^{11} & h^{12} \\ h^{21} & h^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp^1 \\ dp^2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

但し、$h^{ij}=\dfrac{\partial h^i}{\partial p^j}$、$(i,\ j=1,\ 2)$ である。当然、繰り返しオークションの均衡は、$dy^1=dy^2=0$ となる点である。

一方、限界費用での入札が行われることから、（1）同様、次項を得る。

$$p^1 = \frac{\partial c_k(y_k^1,\ y_k^2)}{\partial y_k^1} \qquad k=1,\ 2 \tag{5}$$
$$p^2 = \frac{\partial c_k(y_k^1,\ y_k^2)}{\partial y_k^2}$$

全微分により、次項を得る。

$$\begin{bmatrix} dp^1 \\ dp^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_k^{11} & c_k^{12} \\ c_k^{21} & c_k^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy_k^1 \\ dy_k^2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

但し、$c_k^{ij}=\dfrac{\partial^2 c_k}{\partial y_k^i \partial y_k^j}$、$(i,\ k,\ j=1,\ 2)$ である。

さらに、（5）の逆写像として h_k^i が定義されるから、

$$y_k^1 = h_k^1(p^1,\ p^2) \qquad k=1,\ 2$$
$$y_k^2 = h_k^2(p^1,\ p^2)$$

全微分により、次項を得る。

$$\begin{bmatrix} dy_k^1 \\ dy_k^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_k^{11} & h_k^{12} \\ h_k^{21} & h_k^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp^1 \\ dp^2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

但し、$h_k^{ij}=\dfrac{\partial h_k^i}{\partial p^j}$、$(i,\ k,\ j=1,\ 2)$ である。

ここで、（6）の左から $[dy_k^1,\ dy_k^2]$ をかけたものと、（7）の左から $[dp^1,\ dp^2]$ をかけたものは等しいことと、（6）の行列が（c_k の狭義凸性により）正値定符号であることから、（7）の行列もまた正値定符号となることがわかる。さらに、（6）の行列がヘッセ行列でありしたがって対称行列であることと、（6-7）より、

10 自律系（3）は連続プロセスであって、微小な価格調整の繰り返しを前提としているため、現実の離散的な繰り返しオークションの世界においては非常に多くのラウンドの繰り返しを意味する。（3）は、離散プロセスでも表現できるが、その場合調整速度を適切に選ばないかぎり収束するとは限らない。

$$\begin{bmatrix} h_k^{11} & h_k^{12} \\ h_k^{21} & h_k^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_k^{11} & c_k^{12} \\ c_k^{21} & c_k^{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad k=1,\ 2$$

であることから、(7) の行列は対称行列であることがわかる。

ここで、$y^1=y_1^1+y_2^1$、$y^2=y_1^2+y_2^2$ および (4) より、次項を得る。

$$\begin{bmatrix} h^{11} & h^{12} \\ h^{21} & h^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^{11} & h_1^{12} \\ h_1^{21} & h_1^{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_2^{11} & h_2^{12} \\ h_2^{21} & h_2^{22} \end{bmatrix}$$

したがって、(4) の行列も、正値定符号かつ対称行列である。

さて，財 i に関する繰り返しオークションのあるラウンドの結果は、$dy^i=0$ となる状態に他ならない。したがって、$(p^1,\ p^2)$ 上の相空間は、(4) より、次の等変位線から求められる。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^{11} & h^{12} \\ h^{21} & h^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp^1 \\ dp^2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

すなわち、任意の $(p^1,\ p^2)$ に対して、財 i に関する価格と数量の組み合わせを入札し決定する財 i 価格は、$dy^i=0$ となる等変位線上にある。(8) より、各等変位線は次のように表される。

$$\frac{dp^2}{dp^1} = -\frac{h^{11}}{h^{12}} = a \quad (dy^1=0)$$

$$\frac{dp^2}{dp^1} = -\frac{h^{21}}{h^{22}} = b \quad (dy^2=0)$$

行列 h^{ij}、$(i,\ j=1,\ 2)$ の正値定符号性から、

$$h^{11}>0, \quad h^{22}>0,$$
$$h^{11}h^{22}-h^{12}h^{21}>0$$

これより、次の二つの場合に限られる。

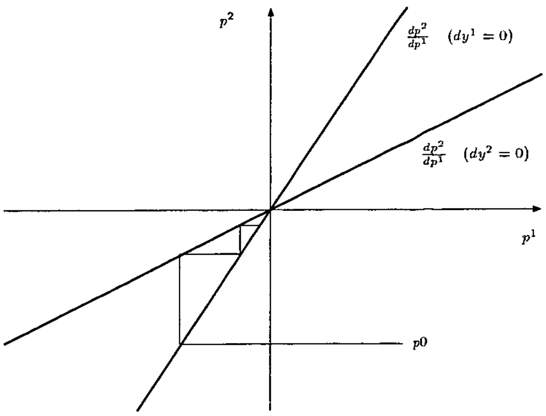

図2　相空間（場合1）

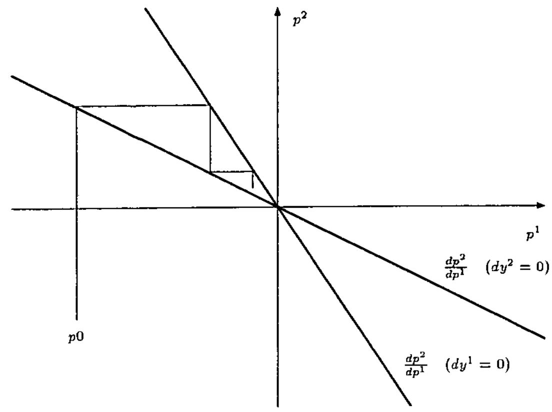

図3　相空間（場合2）

1. $h^{12}=h^{21}>0$ のとき、$a>b>0$
2. $h^{12}=h^{21}<0$ のとき、$0>b>a$

したがって、$(p^1,\ p^2)$ 上の相空間は図2、3のような場合に限られる。また、このような場合、均衡解の周りの何処が初期点でも、財別に順次的（sequential）な繰り返しオークションが均衡解（原点）に収束することがわかる。

次に、このような繰り返しオークションの計算機シミュレーションを行う。本論で用いた費用関数は、次のようなものである。パラメータは、表1にまとめてある。尚、これらは狭義凸性の条件をみたしている。

表1　パラメータ値

	α^1	α^2	β	γ	δ
主体1	1.2	1.0	1.0	1.3	2.7
主体2	1.5	1.0	1.3	1.0	2.5

$$c(y^1,\ y^2) = \left\{\left(\frac{y^1}{\alpha^1}\right)^{\beta} + \left(\frac{y^2}{\alpha^2}\right)^{\gamma}\right\}^{\delta}$$

まず、初期値 $(p^1(0),\ p^2(0))$ を与え、この価格の下での入札数量 $(y_k^1(0),\ y_k^2(0))$ を (5) を通じて求める。次に (5) において、$p^2=p^2(0)$、$X^1=y_1^1+y_2^1$ が成り立つような p^1 を求め[11]、$p^1(1)=p^1$ とおく。これは、各主体とも財1に

11 方程式は全部で5つで、未知数は p^1, y_1^1, y_2^1, y_1^2, y_2^2 の5つである。

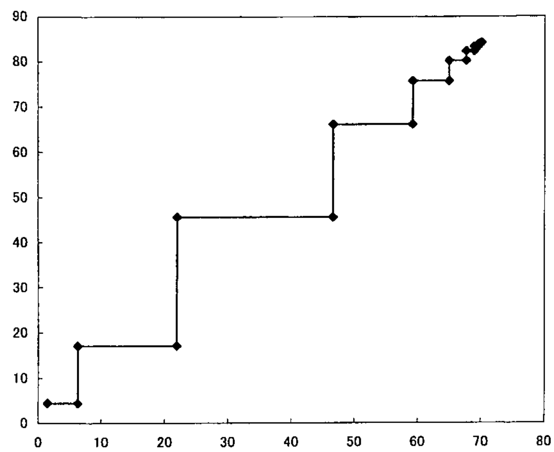

図4　繰り返しオークションの自立的収束

関して価格と数量とを入札し、全体の需要をちょうど賄う価格が決定することに相当する。p^2 に関しても同様の操作を行い、$p^2(1)$ を求める。さらに、次のラウンド（$r=2$）に進み同様に（$p^1(2), p^2(2)$）を求めるということを繰り返す。本論で用いたパラメータに基づくモデルのシミュレーション結果を図4に示す。尚、需要量として（X^1, X^2）=（10, 10）を用いた。初期点は、（$p^1(0), p^2(0)$）=（1, 1）を用いた。

最後に、線形近似による均衡推定による価格誘導を伴なう繰り返しオークションを考察する。まず、上記の自律的な繰り返しオークションによる価格変化を、次のような動的システムで表すことにする。

$$p(r+1) = A(p(r)) \tag{9}$$

均衡解は $0=p-A(p)$ の解である。一方、各ラウンドのオークションで得られた結果からニュートン/ラフソン法によって均衡推定を行い、その結果を次のオークションのラウンドの価格に用いるというプロセスは、次のように表される。

$$\begin{aligned}\pi(r+1) &= \pi(r) \\ &\quad -[I-\nabla A(\pi(r))]^{-1}\{\pi(r)-A(\pi(r))\}\end{aligned} \tag{10}$$

ただし、$\pi(r)$ は均衡推定（によって価格誘導）を行うプロセスにおけるラウンド r での価格を表す。このプロセス（10）を実行する際、∇A（$\pi(r)$）の推定が必要となるが、本論では、これを（$\pi^1(r), \pi^2(r)$）と、（$\pi^1(r+1), \pi^2(r+1)$）から、次のように作成した。

$$\nabla A(\pi(r)) = \begin{bmatrix} a^{11}(r) & a^{12}(r) \\ a^{21}(r) & a^{22}(r) \end{bmatrix}$$

ただし、∇h の対称性を考慮し、次のように決定した。

$$a^{11}(r) = \frac{\Delta\pi^1}{\Delta\pi^1} = 1$$

$$a^{12}(r) = a^{21}(r) = \left\{\frac{\Delta\pi^1}{\Delta\pi^2} + \frac{\Delta\pi^2}{\Delta\pi^1}\right\}\frac{1}{2}$$

$$a^{22}(r) = \frac{\Delta\pi^2}{\Delta\pi^2} = 1$$

$$\Delta\pi^1 = \pi^1(r+1) - \pi^1(r)$$
$$\Delta\pi^2 = \pi^2(r+1) - \pi^2(r)$$

自律的な繰り返しオークションのモデル（9）に対して、上記の方法で均衡推定によって価格誘導を行う繰り返しオークションのモデル（10）の、均衡への収束の様子を図5に示す。ただし、横軸に $p^1(r)$ または $\pi^1(r)$、縦軸に $p^2(r)$ または $\pi^2(r)$ をとっている。ここでは（9）による収束（図4と同じだがここではオークションのラウンド毎の軌跡を示す）を四角で、（10）による収束を丸で表している。図5の収束性を比較するために、縦軸に均衡点からのユークリッドノルムをとり、横軸には繰り返しオークションのラウンド数をとったものを図6に

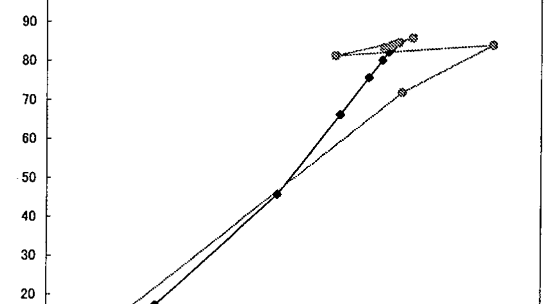

図5　均衡推定を伴う繰り返しオークション

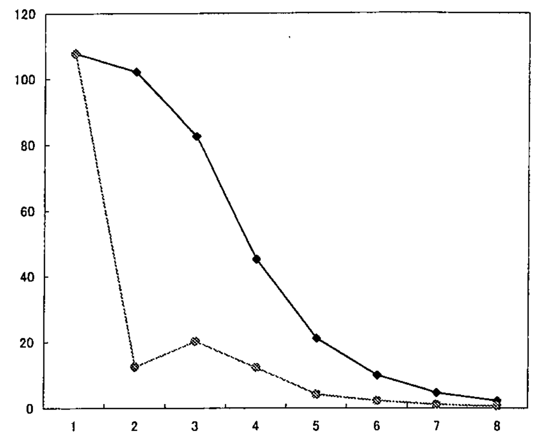

図6　収束性の比較

示す。この例によれば、明らかに均衡推定を行う繰り返しオークションの方が、効率的に少ないラウンドで均衡に接近しており、その有効性を示すことができた。

4. おわりに

複数の財を結合生産する主体において、複数の財の生産性に関する相互依存性が強い場合、市場価格が均衡に収束するまでに、膨大なオークションの繰り返しが必要となり、実際の取り引きを限られた時間内に競争均衡価格で行うことが困難となる。本論では、このような場合に対して、各々の財に関するオークションの動向から競争均衡価格の推定を行い、結果を各生産主体にフィードバックさせることで、繰り返しオークションがより少ないラウンドで競争均衡価格を実現する方法を述べ、計算機シミュレーションを用いてその有効性を示した。

謝辞

本稿作成にあたり、ある匿名査読者からいくつかの記述上の誤りの指摘を受けた。ここに記して感謝の意を表す。

【参考文献】

[1]　小島政和（1981）「相補性と不動点」産業図書
[2]　小山昭雄（1995）「経済数学教室7」岩波書店
[3]　衣笠達夫（1995）「公益事業の費用構造」多賀出版
[4]　Ausubel, L. M., P. Cramton, R. P. McAfee, J. McMillan (1997) "Synergies in wireles telephony: evidence from the broadband PCS auctions," Journal of Economics and Management Strategy 6, pp. 497-527
[5]　Baumol, W. J., J. C. Panzar, R. D. Willig (1988) Contestable market and the theory of industry sturucture, Harcourt Brace Javanovich
[6]　Dasgupta, P., E. Maskin (2000) "Efficient auctions," Quarterly Journal of Economics 115 (2), pp. 342-388
[7]　Demange, G., D. Gale, M. Sotomayor (1986) "Multi-item auctions," Journal of Political Economy 94 (4), pp. 863-872
[8]　Engelbrecht-Wiggans, R., C. M. Kahn (1998) "Multi-unit auctions with uniform prices," Economic Theory 12, pp. 227-258
[9]　Rothkopf, M. H., A. Pekec, R. M. Harstad (1998) " Computationally manageable combinational auctions, " Management Science 44 (8), pp. 1131-1147
[10]　Takayama, A (1985) Mathematical economics, Cambridge University Press
[11]　Vickrey, W. (1961) "Counterspeculation, auctions and competitive sealed tenders," Journal of Finance 16, pp. 8-37

（にしむら　かずひこ
電力中央研究所　経済社会研究所）