あいまいな量の計測と処理をめぐって

斎　藤　雄　志

1.　まえがき

社会システム，経済システム，エコロジー・システムなどの複雑，大規模なシステムの構造をとらえようとすると，ほとんどといってよいくらい各種の不確定性に出会う*)。このような不確定性は単に対象とするシステムの構造についての情報が不十分であることのみによるのではない。また，ランダム性のみでもない。このようなシステムは内部に人間の活動が含まれており，その意思決定プロセスは明確にとらえられない場合が多い。また，しばしば我々の諸システムに対する理解は抽象的である。たとえば，システムを構成している変数が操作的に定義可能な量でなかったり，本来，多変数で表現されるべき変数がスカラー変数で定義されていることもある。このような不確定性がシステムに含まれていれば，そのシステムのモデルが作られ，シミュレーションが行なわれ，あるいは最適化が行なわれても，それらがどれほどの信頼性を有するのか，その分析からどれほどの有益な結果が導びき出せるのか不明確である場合が多い。

ところで，このような不確定性はランダム性とあいまいさに分けて考えることができる。この２つの概念の区別は必ずしも明確ではないが，たとえば，サイコロをふる場合はそれぞれの目が出る頻度あるいは確率が知られていても，実際にサイコロをふったときどの目が出るかはわからない。このような不確定性をランダム性という。一方，文字が判読できないとき，その文字はあいまいであるといわれる。システムの中に含まれている不確定性がランダム性ならば確率論的アプローチが可能である。しかし，あいまいさの場合は時系列データを利用できない。社会システムなどはこのようなあいまいさを含んでおり，ここにその構造把握のむずかしさがある。このようなあいまいさは計量的に処理することが容易でないので，しばしばモデル構築があきらめられたり，逆に粗雑なアプ

*)　本稿では不確定性はあいまいさ，ランダム性などのすべての不明確性を総称することばとして使用される。

ローチによって信頼性の低いモデルが作られたりする。

あいまいさに関する諸研究が目的とするものは，このようなシステムの中に含まれているあいまいな量をより適切に表現し，可能ならばあいまいさを低減させ，あるいはあいまいさの程度を計量化し，システムの中に含まれているあいまいさによって生ずる影響を明らかにするための技術を開発することである。

しかし，あいまいさにはランダム性と異なり，このようなあいまいさに対する努力がなされたとしても，つねにあいまいさが残るところにその一つの特徴がある。たとえば，あるあいまいな概念を Fuzzy 集合 [11] によって表わしたとしてもそのメンバーシップ関数にあいまいさが残る。つまり，あいまいさは完全に克服されることがない。あいまいな量に関する情報は人間の知識の中に含まれているが，それを記述的に表現しただけでは十分でないが，あいまいな量を処理する計量的手法も本質的に完全な信頼性を有しない。それゆえ，あいまいな量の処理技術がめざすものは，記述的アプローチの補助であって，データの数学的処理によって未知の情報を作り出すことではないであろう。近年ソフト・サイエンスのようなあいまいな量の処理技術がしだいに発達しはじめ，Fuzzy 集合のようなあいまいな量の表現方法が現われてきたが，これらはこのような限界を有しているといえよう。

本稿の目的はこのようなあいまいさ処理技術のもつ有効性と限界を明らかにすることである。以下では，まず，あいまいさの概念自身を明らかにし，あいまいなシステムのシュミレーションにおける問題点，システム・ダイナミクスの有効性と限界，あいまいなシステムの最適化における直観の利用，あいまいなシステムの数学的最適化問題，ソフト・テクノロジーにおいるあいまいな量の計測と処理などについて論ずる。あいまいさは広範な領域にわたる問題であり，本稿で論ずるのはそのほんの一部にすぎない。また，本稿はあいまいさに関する諸研究のサーベイでもなく，特定の研究でもない。むしろ，筆者が予定しているあいまいさに関する研究の序章にすぎない。

2.　あいまいさの概念

あいまいさをめぐる諸問題を論ずる第一ステップとして，あいまいさの概念を明らかにすることには意義があろう。あいまいさと確率論で取扱われているランダム性の間にはどのようなちがいがあるのか，そして，あいまいさにはどのような種類があるのかという問題がある。

まず，ランダム性をあいまいさを有する事象や現象の例をあげてみると，サイコロの目が出るときの不確定性，ノイズのもつ不確定性，素粒子の衝突における散乱の不確定性，窓口へ到着する客の時間間隔の不確定性，伝染病の伝播における不確定性などいずれもランダム性であると考えられる。一方，美人という概念の不確定性，文字判読における不確定性，歴史的事件における不確定性，複数の評価基準をアグリゲイトするときのウェイトの不確定性，システムの構造の不確定性，価値の不確定性などはいずれもあいまいさとよんでよいであろう。もちろん，ランダム性とあいまいさを定義の上で明瞭に分離したとしても，現実には両者が混合しているから，上の例は必ずしも純粋な意味におけるランダム性とあいまいさの例ではない。しかし，これらの例からわかるように，ランダム性は不確定性が時間に強く関連し，多くの場合，

時系列データが存在するが，あいまいさは Fuzzy 集合で表わされることからわかるように静的であり空間的である。

本稿ではランダム性とあいまいさをつぎのように分離する。まず，生起性という概念を定義する。サイコロをふる場合，たとえば，「6の目がでる」という事象はサイコロをふる前は定まっていないが，サイコロをふることによって一つの目が定まり，事象は確定する。このように事象が未定から確定へ移行することを生起といい，この性質を生起性という。そして，生起性を有する不確定性をランダム性と定義する。さらに，ランダム性以外の不確定性をあいまいさと定義する。これがここで採用するあいまいさとランダム性の定義である。先にあげたランダム性の例はいずれも生起性を有している。ランダム性にはくりかえし生起するものと唯一回しか生起しないものがあるが，前者の場合は，それより時系列データを得て，頻度もしくは確率分布を計算することができる。また，同じく先にあげたあいまいさの例はいずれも生起性を有していない。そして，あいまいさは情報不足によるあいまいさと抽象性によるあいまいさに分けることができる。歴史的事件におけるあいまいさ，システムの構造におけるあいまいさなどは多くの場合，対象のことがらについての情報が不足していることからくるあいまいさである。一方，ランダム性の方は生起によって情報を得たとしても（つまり，その結果として確率分布が得られるわけであるが），つぎの生起においてふたたび同じランダム性が生ずるという性質がある。システムのパラメータが未知であることは，ここの定義によればあいまいさになる。パラメータの値はすでにきまっている（それゆえ，生起性を持たない）が情報が不足しているからあいまいであると考えるのである。

あいまいさの例としてあげた美人という概念のあいまいさ，ウェイトの値のあいまいさなどは，情報不足にあいまいさの原因があるのでなく，対象としている概念が操作的に定義されていない所にその原因がある。このようなあいまいさを抽象性によるあいまいさとよぶ。

あいまいさは対象概念が操作的に定義されているかいないか，計測がされているかいないかによって，図 2.1 のように考えることができる。

	計測されている	計測されていない
対象概念が操作的に定義されている	あいまいさなし	情報不足によるあいまいさ
定義されていない		抽象性によるあいまいさ

図 2.1 あいまいさの分類

さて，このようなあいまいさを持つ量の処理に対するアプローチは大きくわけて2つの考え方がある。定量的アプローチと定性的アプローチがそれである。前者はあいまいな量を連続的，定量的表現でとらえる方法であり，Fuzzy 集合におけるメンバーシップ関数はその一例である。後者はあいまいな事象の中に含まれている変数や関係を離散的に表現し，計測し，処理することである。ある変数の概念の定義に操作性がない場合には，しばしばそれを連続的な値をとる量でなく，有限個の離散的な値もしくはカテゴリーをとる量としてとらえる。アンケートの質問は，通常，カテゴリー化した回答形式を採用していることが多いが，これは質問自身に抽象性によるあいまいさがあり，回答者自身も質問内容に十分な情報を持っていないことによる。

あいまいな量を定量的に表現する場合には一つ

の問題点がある。たとえば，あいまいな概念をメンバーシップ関数による Fuzzy 集合として表わした場合に，やはり，そのメンバーシップ関数にあいまいさがあるということである。あいまいな量の処理技術に対する信頼性の低さの一因はここにある。しかし，このことはあいまいさを処理技術の有効性の否定にはつながらない。一つの技術を適用した場合を適用しなかった場合と比較して，より多くの情報が抽出できるならば，その技術は有効といえるのである。

あいまいな量の処理にはいくつかの原則が必要であり，このような原則を守ることによってあいまいさ処理技術の有効性が高まることになろう。あいまいな量を処理する際には，まず，第一にあいまいさを他の情報をへらすことなしに低減させる必要がある。対象とするあいまいさが情報不足によるあいまいさであるならば，情報の収集が可能なかぎりなされねばならない。また，対象とするあいまいさが抽象性にもとづくあいまいさであれば，表現方法に注意が必要である。第二には対象とするあいまいな量のあいまいさの程度を明らかにする必要がある。これには Fuzzy 集合が利用できる。第三にはあいまいな量の処理をめぐって情報をゆがめないことや情報を散逸させないことが必要である。第四には，入力データのあいまいさが計算結果のあいまいさにどのような影響を与えるかを明確にすることが必要である。

3. あいまいなシステムのシミュレーション

ここでは，あいまいなシステムという言葉をつぎの意味に用いる。あいまいなシステムとはそれを構成している変数間の結合構造やパラメータなどにあいまいさがあり，それを統計的に決定するためのデータが存在しないために，計量モデル*)が構築できないようなシステムを考えよう。

このようなあいまいなシステムのシミュレーションがはたして可能なのか，モデルを作りシミュレーションを行なうことによって何か有効な情報が得られるのかという素朴な疑問が主要な問題点である。現在 SD（システム・ダイナミックス）という名前でよばれているシミュレーションに対する一つの考え方はまさにこのようなあいまいなシステムのシミュレーションが目的であり，現在ある程度の注目がなされていることも事実である。そこで，まず，SD から考えてみる。

3.1 システム・ダイナミックスについて

SD をどのようなものと考えるか，その有効性がどこにあるのかということについてはかなり議論が分かれるが，社会システムのようなその構造についての情報や概念が不明確であいまいさがあるダイナミック・システムのシミュレーションを SD と考えてよいであろう。ここでいう社会システムとは単にその構成要素が人間のみである狭義の社会システムでなく，内部に人間活動を含むすべてのシステムをさす。通常，シミュレーションがなされる目的ないし理由は，対象とするシステムの各部の構造について，モデルを作れるだけの知識が存在するが，その全体的行動が人間の直観では把握できないとき計算機などでそれを分析することであり，また，最適化がシステムの非線形な構造のために自動的に行なえないときそれをくりかえしのシミュレーションによって求めることであろう。しかし，現実には，必ずしも十分なデータ

*) ここでは計量モデルとは統計的なデータより最小二乗法などの統計的手法を用いて作成されたモデルのことを意味する。

が存在せず，対象とするシステムについての知識は人間の経験，知識，直観という形でのみ存在する場合が多いのである。SD はこのような場合についてもシミュレーションを拡大したものであってつぎのような特徴を持っているものと考えられる。

（1） SD は科学的方法ではない。[12] 人間の主観，主張，直観などのソフト・データを整合性ある形で統合し，モデル化し，シミュレーションを行ない，その結果を表示することが SD の一つの目的である。しかし，モデルの中に「科学的な部分」が含まれていてよいことは当然である。というより“科学的”な部分＝統計的データより計量的に決定された部分が多い方が好ましいのは当然である。対象とするシステムについて計量モデルが作成できるとき，SD モデルは不要と考えてよいであろう。それゆえ，そのような場合には計量モデルと SD モデルは競合するのでない。SD は計量モデル作成者たちがその作成をあきらめた領域に対する，よくいえば大胆な，悪くいえば粗雑なアプローチである。

（2） SD の有効性は証明されていない。個人，もしくは複数の人間の知識，直観，経験を単に言葉で記述的に表現する場合にくらべて，それらを SD モデルとして表現し，シミュレーションを行なうのならば，新しい未発見の情報が得られるかどうかは不明確である。人間の知識の大部分は非数量的な，つまり，定量的でなく定性的な情報としてたくわえられており，またそれらの間の整合性も十分でない。そして，その知識からモデルを作成しようとすれば，ほとんどといってよいくらい欠けた部分が存在する。この中からモデルを作成し，有効な情報を得ることが SD の主目的の一つであるが，逆に当然のことながら，大胆な仮設を大量に導入しなければならず，もとの知識の中に含まれている情報が「大胆な仮設」によって散逸してしまう可能性がある。

SD が有効であった例とされる世界モデル [6] については，人間の知識や直観というソフト・データから新しい情報を抽出したというより，「ドラスティックな事柄のコンピュータによるデモストレーション」に大きな意義があったといえよう。世界モデルによる大きな反響は世界モデルによる計算結果を，人々が信頼性ある予測として受けとったことによるともいえるが，SD に対する正当な理解がなされなければ，素朴な意味で科学性，信頼性に対する疑問が生じ，デモンストレーションとしての意義はしだいに低下するであろう。

（3） SD は非線形微分方程式であらわされる動的なシステムのシミュレーションであり，計算に際しては計算機言語 DYNAMŌ が使用される。DYNAMŌ は SD で用いられるフロー・チャートとともに便利な用具である。しばしば，システムのフィード・バック構造によるシステムの動的なモードをとらえることが SD の重要な目的といわれるが，現実には明確なモードが存在しないことやフィード・バック構造を十分正確にとらえられないために，得られたモードも必ずしも信頼性のおけるものではない。また，多くの社会システムにおいてはモードだけの情報では十分でない。社会システムのようなその構造について十分な情報がないシステムを微分方程式でとらえることにも多くの問題がある。より定性的なシステムの構造に注目した SD 手法の開発が必要とおもわれる。たとえば，その例としてシステムを有限オートマトン，ペトリ・ネット，グラフなどでモデル化

することが考えられる。

SD と DYNAMŌ は別のものである。DYNAMŌ が便利であることは明確なことであって，そのフロー・チャートとともに計量モデルでも一つの道具として利用できる。

（4） SD は手法でなくシミュレーションに対する一つの態度である。SD の有効性が判明しないのは SD を補助する手法なしに常識的アプローチによってモデルが作られることにも一因がある。SD をモデル作りに対する大胆なアプローチと考えるのでなく，システムに含まれているあいまいな量を Fuzzy 集合などを用いて計量化した上でシミュレーションが行なわれる必要性がある。デルファイ法と SD の結合も考えられる。

（5） SD の技術にはあまり蓄積がない。これは SD を補助する手法が存在しないことによる。SD モデルはよいモデルが作られたにしても名人芸に終る危険性がある。

3.2 あいまいなシステムにおけるシミュレーションにおける計算結果の信頼性

一般に，モデルの構造を客観的なハード・データのみによって決定することは困難であって，多かれ少なかれあいまいな部分が存在し，その部分は主張，主観，想定などの仮設で補われる。意思決定プロセスなどは，特にあいまいさとランダム性を有するので，逆に適当な仮設を組込んでシミュレーションを行なう。モデル作りの目的には，単に客観的データによる予測だけではなく，このような仮設のテストも含まれる。

SD が対象とするようなシステムにおいては仮設の部分が多いが，逆にそれらをモデルに整合性ある形でとり入れようというのが SD の特徴になっている。

しかし，一旦，モデルが作られ，ランされ，アウト・プットが印刷されるとその結果はしばしば客観的にみえる。これは多数の仮設と多数の計算結果の間の関係を直観的に把握できないために，視点が計算結果に集まることも原因であるが，同時に計算機や印刷されたグラフ，数字に対する素朴な信頼感が作用していることも否めない。計算結果はハード・データと仮設の集合によって作り出されたものであるが後者がしばしば忘れられたり，無視されたりして，シミュレーションにおける計算結果の偽の客観性の危険性が生ずるのである。SD においてはこのような危険性がとくに強い。そしての誤った利用により，このような危険性が強調され，反対に SD の有効性，もしくはその可能性が忘れられることもあろう。

このような危険性を回避するためにはいくつかの方法が考えられるが，いずれにしても仮設やシステムの構造のあいまいさを明示することが重要である。このための方法として通常最も一般的になされる方法は Case 1，Case 2，……という形で仮設と計算結果をペアで並べることである。しかし，この方法ではシステムの構造に関する仮設のうち，パラメータに関する仮設のみがとりあげられ，構造に関する仮設が無視されることが多い。また，多くの Case をならべた場合，その一部の結果のみに不平等な注目がなされることが多い。

仮設のパラメータの一部もしくは全部を適当な軌跡にそってうごかして，それに対応する出力の軌跡を描くのも一つの方法である。この方法で計算結果を表示すれば，すべての仮設を平等にとりあつかうことができる。パラメータの軌跡と出力の軌跡の対応関係，あるいはそれらのトポロジー的な構造も興味ある問題である。

上の第一の方法は計算結果を点で表現し，第二の方法は線で表現するのに対し，原理的には「面」として表現する方が正確である。つまり，モデルの中に含まれているパラメータのすべてのとりうる値に対して出力のとりうる値の範囲を示すことが考えられる。実際上の問題としてはこの範囲を求めるためにはパラメータを操作変数とし，出力変数のそれぞれを目的関数にした最大最小化問題をとかねばならない。これは一般に非線形最適化問題となり，対象のモデルが動的モデルの場合はきわめて長い計算時間を必要とする。通常は適当にパラメータを動かしてみて出力変数のとりうる値をきめることになるが，重要なモデルのときにはこのような最適化問題を解くことも必要であろう。

このような微少でないパラメータ変化に対する感度解析問題の困難性もさることながら，あいまいなシステムにおいては，仮説と事実との差が明瞭でないことである。厳密に考えればモデル全体が仮設になってしまうおそれがある。それゆえに，確率分布やメンバーシップ関数などを利用して仮設にその仮設の程度を表わすウェイトをつけておく必要があろう。

あいまいなシステム，とくに動的なシステムシミュレーションには多くの問題があり，それらは理論的にも多くの困難な点を有しており，十分満足のいく解決は事実上不可能とみられるが，これらの問題の解決は SD のようなあいまいなシステムに対するシミュレーションの有効性を保証する手段としてぜひ必要である。

3.3 確率的有限オートマトンによるシステム・ダイナミクス

あいまいな情報の一つの表現方法は，それを定量的にでなく，定性的に表現することである。このことは我々が言語という定性的表現を用いていることに強く関連がある。我々は社会現象を含めて世界を言語によって理解しているのであって，それを微分方程式のような連続な値をとる変数をもつ表現に変換すれば，モデル化に際して当然に情報の不足が生ずる。我々が言語によって世界を理解しているということは，我々がもともと世界に対する十分な情報を有していないことにその理由がある。定性的表現はみかけ上のあいまいさをへらすことができるのである。連続な値をとる変数をもつシステムを連続な値をとる変数をもつモデルによって表現し，不足した情報を仮設によって補なおうとすれば，それによってもともと所有していた情報をも散逸する可能性があるといえる。

そこで，社会システムのようなあいまいなシステムのモデルの一つとして考えられるのが確率的有限オートマトンである。社会システムの記述方式としてマルコフ・チェインなどを利用することは従来から行なわれているが[7]，それらは必ずしもあいまいな量の処理をめざしたのでない。たとえば，父の職業と子供の職業の関係はマルコフ・チェインで表現することができるが，この場合，職業という変数はもともと離散的な値をもつ変数であるにすぎない。消費者行動分析におけるマルコフ・チェインの利用は[8]，消費者の行動が情報の意味でも概念の意味でもあいまいであるためにそれをカテゴリー化しているので，ここで考えている利用法の一つであると考えられる。

しかし，有限な状態空間をもつ確率的有限オートマトンをこのような使い方に限定せず，人間の主観，知識，経験を確率的有限オート・マトン・モデルによって統合し，それらの間に整合性を与え，不足する情報を指摘し，仮設を導入し，シミュレーションを行なうことが考えら

れる。別のいい方をすれば，確率的有限オートマトンによるシステム・ダイナミクスであり，これをあいまい有限システム・ダイナミクス(FFSD=Fuzzy Finite System Dynamics) とよぶことにする。FFSDの中には動的なモデルだけでなく，静的なモデルによる FFSD も含めることにする。静的モデルによる FFSD とはシステムを構成する変数が離散的な値をとるが，時間に依存しない場合で，離散的連立方程式として与えられ，諸変数の間の論理構造を調べることになる。これは問題の構造の分析などに利用できるものとみられる。

FFSDを実際に行なえるためには，そのための計算機言語とフロー・チャートが必要である。従来 SD で用いられているフロー・チャートや DYNAMO をそのまま利用することはできないが，フロー・チャートの方は若干修正すれば十分である。この FFSD についてはその応用例とともに別の機会に述べる予定である。

4. あいまいなシステムの最適化

システムのあいまいさには構造のあいまいさと評価基準のあいまいさに関する問題がある。後者はよりあいまいさの水準の高い問題であって，Metersky, Turban によるウェイトづけの方法[11]などもその一つの方法である。以下では，あいまいなシステムの最適化をめぐる諸問題のうち，最適化における人間の直観の利用とあいまいさが Fuzzy 集合で表現されるシステムの最適化問題について述べる。

4.1 最適化と人間の直観

一般に計算時間，計算費，計算機の容量などの制約のもとで解ける可能性がある問題として定式化された最適化問題は現実の問題をかなり近似化，簡略している場合が多く，その定式化された最適化問題を完全に解いたとしてもその解が実際の問題の解を一致することはあまり期待できない。それゆえ，最適点の探索に多大の時間をかけるより，専門家の知識，経験，直観を利用して，準最適解の集合を得る方が望ましい場合が多いであろう。その準最適解の集合よりより高度な判断，意思決定を行なう方が現実的である。

Schneider[1] は 7×7 のメッシュに分割された仮空の都市に5カ所の救急センターを配置する問題について，人間の直観と計算機の比較を行なっている。事故は与えられた分布に従って各地点に発生し，各センターから事故発生地点までの所用時間の総和によって最適性の水準をあらわすものとすると，計算機と人間の直観による最適点探索の比較は図 4.1 のようになる。縦軸は所用時間の総和，横軸は縦軸の最適性の水準に対応する，計算機によってテストされたセンター配置方式の度数をあらわす。この図によれば，たしかに計算機による一番すぐれた解の方が人間の直観による一番すぐれた解よ

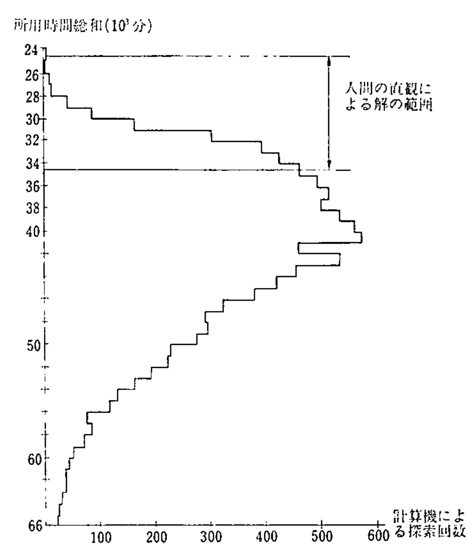

図 4.1 人間の直観と計算機の比較（出所 文献[1]）

りもわずかに最適性の水準が高いことが示されているが，同時に人間の直観による解はある程度最適性が高いことがわかる。この実験では経験や知識のある人々の解はそうでない人々の解よりすぐれていることが示され，その最もすぐれたものは計算機による最もすぐれた解ときわめて類似していることが示された。もちろん，これは特殊な問題における人間の直観と計算機の能力の比較であって，問題の性質，規模に影響されることは当然であり，上記の結論はつねに成立することではないがかなり一般性があることは容易に予想できる。

問題が複雑になると計算時間は急速に増大し，一方，人間の直観は問題を処理できなくなる。しかし，両者の長所を総合すれば，最適探索の効率を上げることが可能である。与えられた問題について専門家の経験，知識，直観を利用し，準最適点の集合をもとめ，それを計算機でもってより最適性の高い解へ修正することが考えられる。このようにして得られた解は必ずしも最適解ではないが，前述のごとくいつも最適解を求めることに意義がさるわけでないからこのようなアプローチも有効である。このように一つの方法としてつぎのような手順が考えられる。

(S_1)　複数の専門家に問題の検討用の基礎資料をわたし，専門家の直観的判断による準最適点の集合 X_a をデルファイ法によって決定する。

(S_2)　すべての $x \in X_a$ なる値を初期値として計算機による最適化を行ない，目的関数に極値を与える点の集合 X_b を求める。

(S_3)　X_b の中から最適性の水準が相対的に低い x を適当な基準でとりのぞき，残りを X_c とする。たとえば，最適性の水準が平均以下のものを除くのも一つの方法である。

(S_4)　X_b，X_c および関連する諸計算結果を専門家に提示し，X_c 以外に直観的判断で準最適と思われる点の集合 X_d をモデルファイ法で決定する。

(S_5)　X_d について S_2～S_4 のプロセスを再びくりかえす（あるいは2回以上くりかえしてもよい）。このプロセスで得られるすべての X_c の合併集合を X_e とする。

(S_6)　X_e の中から適当な基準で最適性の高い点をえらび出し，それを最終的な準最適解の集合とする。

このようなアルゴリズムの一つのメリットは，計算機によって計算された諸データが単に専門家に提示されるだけでなく，フィード・バックを行なう手順の中で，専門家が自分の知識を修正して最適性に対するより正確な判断が行なえるようになることである。

4.2　あいまいなシステムの最適化問題

あいまいなシステムの最適化をめぐるもう一つの興味ある問題はシステムのパラメータがあいまいさをもつとき，そのときのあいまい最適化問題を解くことである。このとき生ずる問題はパラメータのあいまいさをいかに表現するかということと，最適性をいかに定義するかということである。定義が問題になる理由はあいまいさがあるときは最適性の定義に恣意性が生ずることである。

あいまいなシステムの最適化問題に対しては，パラメータのあいまいさを区間，確率分布で表わしたり，システムの目標や制約条件をFuzzy 集合などで表わして，その諸性質や最適解を求めることがなされる[2]，[3]。

しかし，あいまいさには計量化してもあいまいさが残るという特徴があり，あいまい最適問

題は重要ではあるが単に理論的に精密にするだけでは意義がない。以下，簡単にあいまい最適化問題の定式化をみてみよう。

多段決定プロセスの最適化問題の中には，その最適化の目標が目的関数という形式で表現されていても，それが直接的にコストなどを表わすのではなく，システムの状態変数や出力変数をある軌跡にそって動かすことを目的とした追従制御形式の問題があるが，まずこのようなタイプのあいまい最適化問題を考える[2]。

簡単のため静的な最適化問題のみを考える。Xを入力（あるいは操作）変数の値の集合，その任意の値を $x \in X$ とする。xに対するシステムの出力（あるいは状態）変数を $y \in Y$ とする。Yはyの値の集合である。あいまい最適化問題はあいまい制約，あいまい目標，あいまい解の3つの概念より成り立つ。まず，あいまい制約はX上の Fuzzy 集合Cとして定義される。つまり，入力変数xは Fuzzy 集合 C によって制約を受けるものとし，このことを形成的に $x \in C$ とかく。あいまい目標はつぎのように定義される。システムの構造を表わす集合Xから集合Yへの写像 $y=g(x)$ が与えられているものとし，Y上の Fuzzy 集合 Gとしてあいまい目標は与えられ，$x \in C$ なる制約のもとでxをうごかして $y \in G$ とすることがシステムの目標である。この関係をみたすxをあいまい解という。あいまい解はより正確にいえば，つぎのように定義される。集合Y上の Fuzzy 集合Gは関数gによって集合X上の Fuzzy 集合 $\overline{G}$ に逆写像されるものとする。Gのメンバーシップ関数を $\mu_G(y)$ とすると，$\overline{G}$ のメンバーシップ関数$\mu_{\overline{G}}(x)$ は

$$\mu_{\overline{G}}(x)=\mu_G(g(x)) \quad x \in X \tag{4.1}$$

で与えられる。あいまい解Dとはあいまい制約CとX上のあいまい目標 $\overline{G}$ の共通部分のことであり

$$D=C \cap \overline{G} \tag{4.2}$$

である。Dのメンバーシップ関数 $\mu_D(x)$ は

$$\mu_D(x)=\min(\mu_C(x), \mu_G(g(x))) \quad x \in X \tag{4.3}$$

によって与えられる。$\mu_C(x)$ は Fuzzy 集合 C のメンバーシップ関数である。

$\mu_D(x)>l$ $(0 \leq l \leq 1)$ なるxの集合（これは Fuzzy 集合ではない）を $D^{(l)}$ であらわし，有意レベル l の解ということにする。最大の l（必ずしも1とはかぎらない）に対応する $D^{(l)}$ を最適解という。このような考え方を動的システムに適用すれば，ダイナミック・プログラミングを用いて解を求めることができる[2]。

上のあいまい最適化問題の表現は制約や目標におけるあいまいさをXやY上の Fuzzy 集合によって表現しているわけであるが，通常の最適化問題により近い形で，制約条件や目的関数の中にあるパラメータにあいまいさがあるという形式で定式化することが可能である。

ここでも静的な最適化問題を考え，目的関数と制約条件を

$$z=f(x, \alpha) \rightarrow \max \quad x \in X \tag{4.4}$$

$$h(x, \beta) \leq 0 \tag{4.5}$$

とする。αとβがあいまいなパラメータである。あいまいなパラメータの表現方法としてはメンバーシップ関数によるものと確率分布関数によるものの2つが考えられるが，ここでは後者であいまいさが与えられるものとする。そして，α，β のあいまいさをXへ写像するという考え方をとる。zの変域をZとし，αを固定して考えたとき $k \in Z$ に対応して

$$f(x, \alpha) \geq k \tag{4.6}$$

を満たす $x \in X$ の集合を $B(\alpha, k)$ とする。k

を最適性の水準という。$B(\alpha, k)$ の特性関数を $\mu_{B(\alpha,k)}(x)$ とする。つまり

$$\mu_{B(\alpha,k)}(x)=\begin{cases}1 & x\in B(\alpha,k)\\ 0 & x\overline{\in} B(\alpha,k)\end{cases} \tag{4.7}$$

である。α のあいまいさを確率密度関数 $p(\alpha)$ であらわす。α があいまいであることによって集合 $B(\alpha, k)$ の境界はぼけ，Fuzzy 集合となる。その Fuzzy 集合を $B(k)$ とすると，そのメンバーシップ関数 $\mu_{B(k)}(x)$ とすると

$$\mu_{B(k)}(x)=\int \mu_{B(\alpha,k)}(x)p(\alpha)d\alpha \tag{4.8}$$

$B(k)$ を最適性の水準 k の X 上のあいまい目標という。

一方，与えられた β に対し (4.5) を満たす $x\in X$ の集合を $C(\beta)$ とし，その特性関数を $\mu_{C(\beta)}(x)$ とする。すると，あいまい制約 C のメンバーシップ関数 $\mu_C(x)$ は

$$\mu_C(x)=\int \mu_{C(\beta)}(x)p(\beta)d\beta \tag{4.9}$$

であらわすことができる。よって，上記のあいまい最適化問題と同じ立場に立てば，最適性の水準 k に対応するあいまい解 $F(k)$ は

$$F(k)=C\cap B(k) \tag{4.10}$$

で与えられる。これから最適解の定義の仕方はいろいろ考えられるが，一つの方法として $F(k)$ が芯のある Fuzzy 集合*)である最大の k を k_m とするとき，$F(k_m)$ をあいまい最適解とよぶ。

以上，あいまい最適化問題に対する2つの考え方を示したが，これらはいずれも恣意性を含んでおり，(4.4), (4.5) の最適化問題は $p(\alpha)$, $p(\beta)$ を通常の確率分布と考えて，z の平均値を最大にするという考え方も一つの方法である。

5. ソフト・テクノロジーにおけるあいまいな量の計測と処理

ソフト・テクノロジーは近年急速な発展によって注目されている分野であり，広く解釈すれば，ソフト・テクノロジーはすべてのあいまいな量の計測と処理が，その目的といえる。通常，情報処理が主としてハード，データの処理を役目としているのに対し，ソフト・データの処理がその仕事であろう。一般にソフト・テクノロジーあるいはソフト・サイエンスといわれるときは，社会工学，行動科学，社会生態学，安全工学，交通工学，生体工学，教育工学，システム制御工学，サイバネテクス，OR，応用数学などの分野を基礎分野とし，つぎのような基礎的手法，および総合手法が含まれるといわれる[4]。

(1) 技術予測の手法

a. 直観的方法

① ブレーン・ストーミング

② デルファイ法

③ Probe I，II

④ SEER

⑤ SF

b. 探索的方法

① 時系列外挿法

② 全体の中の位置関係の見取図による手法

③ 形態的研究による方法

c. 規模的方法

① マトリクス手法

㋑ 水平方向の決定マトリクス

㋺ 垂直方向のマトリクス

*) メンバーシップ関数が1となる点を有する Fuzzy 集合を芯のある Fuzzy 集合という。

MIRAGE 80
QUEST
RDE
② 関連樹木による手法
㋑ PATTERN
㋺ PPBS
㋩ PROFILE
㋥ その他
OST 関連樹木
SCORE 関連樹木
PPP 方式
③ ネットワーク手法
㋑ PERT
㋺ CPM
㋩ FAME
④ フィードバック手法
㋑ TENIS
㋺ TOSS
⑤ その他
SCAIR
（2） 多変量解析
① 主成分分析
② 判別分析
③ 正準相関分析
④ 数量化理論
（3） プロジェクト計画予算と支出の管理
① 消費比率対比法
② 予算費用対比法
③ 再評価対比法
（4） 政治，社会等関連情報の分析法
a．内容分析法
① 頻度分析
② 評価主張分析
③ 索連分析
b．成分分析法
c．因子分析法
d．数量分析法
e．正準分析法
f．グループ・セントロイド法
g．バリマックス法
h．因果分析法
5） 行動選択基準の原理
① ゲームの理論
② ミニマックスの原理
③ ラプラスの原理
④ リグレットの原理
⑤ マキシマックの原理
6） シミュレーション
① IMS
② FICS
③ AIR SYSTEM
④ SD
⑤ PNC-DMS
（7） 感度分析
（8） 習熟曲線
（9） 価値分析
（10） 創造手法
① ブレーン・ストーミング
② ゴードン法
③ KJ 法
④ 等価変換理論
⑤ その他
NM 法，自由連想法など
（11） 数理計画法
① LP
② DP
③ その他
二次計画法，NLP など
（12） PERT
① PERT/TIME

② PERT/COST
③ PERT/LOAD
④ RAMPS
⑤ LESS
⑥ PACT
⑦ SPECTRO
⑧ SCANS
⑨ PERT/MAN-POWER

これらはソフト・テクノロジーと考えられる手法の一部を列挙したにすぎないのであってこのほかにも数多くの手法が存在する。このような広範な手法について，あいまいな量の計測と処理技術のもつ特徴を考えることは困難なので，以下では，ソフト・テクノロジーの典型的例であるデルファイ法をとりあげて，ソフト・テクノロジーのもつ2つの問題点を考えてみよう。

（1） ソフト・テクノロジーには信頼性がないといわれることが多い。

ソフト・テクノロジーにおける信頼性の低さは本質的なことであって，手法そのものにも改良の余地があることは当然であるが，あいまいさがもつ基本的特徴であるといえる。デルファイ法でいえば，データ収集過程における回答者の回答態度や対象となっている問題の中に含まれている問題の困難性やあいまいさがその信頼性の低さの原因である。一般に，ソフト・テクノロジーを適用して抽出できる情報の量 I とその中に含まれているあいまいさ F は $I/F\leq$ const. の関係が成り立つようである。つまり，情報を増そうとすれば，それに対応してあいまいさも増大し，あいまいさを，たとえば，あいまいな量のカテゴリー化などの定性的アプローチによってへらそうとすれば，抽出できる情報もへってしまう。記述的分析をこえて潜在的な情報を抽出できれば，そのソフト・テクノロジーは有効といえるが，いつも有効である保証がない所にソフト・テクノロジーの問題点がある。

（2） ソフト・テクノロジーが対象としているあいまいな量には時系列データがないことが多いがそれをどのようにして補うか。

評価基準のアグリゲーションにおけるウェイトはあいまいな量であるが，その決定に対する Turban と Metersky[11] による方法でこのことをみてみよう。この考え方の基本は多重な視点から計測を行ない，信頼性を向上させることである。

ウェイトの測定を専門家にゆだねるにしても，各回答者は必ずしも各人の真の意見を反映した回答を行なうとはかぎらないのでこのことを何らかの方法でチェックしてやらねばならない。

今，システムの評価基準として n 個の基準 $M_1, M_2, \cdots, M_n$ があり，

$$M=\sum_{i=1}^{n} w_i M_i \tag{5.1}$$

の形に重要度 $\{w_i ; \sum w_i=1\}$ をつける問題を考える。Turban & Metersky の方法はデルファイ法そのものではないが，$\{w_i\}$ をアンケートによって専門家に推定してもらい，$\{w_i\}$ の間の整合性をインタビューによってチェックする方法である。$\{w_i\}$ の推定は図 5.1 のように5つのステップより成る。ここでは，この方法自身を説明することが目的でないのでステップⅠ，Ⅱのみ簡単に述べよう。最終的に $\{w_i\}$ を決定するにはすべての専門家が各人の意見を正しく回答していても，各人の意見に大きな開きがあれば，平均をとって $\{w_i\}$ を求めることができない。ステップⅢ以下はその検定と修正の

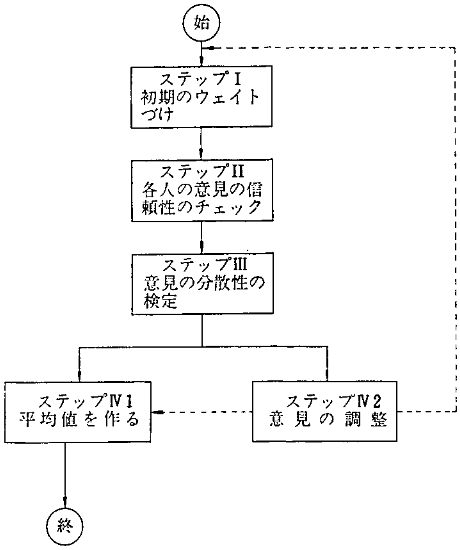

図 5.1 Turban-Metersky 法によるウェイトづけのプロセス

プロセスである。

ステップⅠ（初期のウェイトづけ）

専門家（以下，判定者とよぶ）にアンケートを送り，$\{M_i\}$ のウェイト $\{w_i\}$ をつけてもらう。ウェイトは $\sum w_i=1$ をみたすようにつける。

ステップⅡ（各判定者の意見の信頼性の検定）

アンケートからしばらく期間をおいて，各判定者にインタビューを行ない，各判定者の意見をつぎの手続きでチェックする。まず，$w_1, w_2, \cdots, w_n$ を大きい順にならべる。今は便宜上，$w_1 \geq w_2 \geq \cdots \geq w_n$ とする。

（1）(1.1) M_1 と M_1 & M_2 &…& M_n を比較する。$M_1 \geq M_2$ & M_3 &…& M_n ならば（2）へとぶ（M_1 & M_2 は M_1 と M_2 を統合した価値あるい効用を表わす。$M_1 \geq M_2$ は $w_1 \geq w_2$ を意味するものとする。）

(1.2) M_1 と M_2 & M_3 &…& M_{n-1} を比較する。$M_1 \geq M_2$ & M_3 &…& M_{n-1} ならば（2）へとぶ。

⋮

(1.n3) M_1 と M_2 & M_3 を比較する。

（2）(2.1) M_2 と M_3 & M_4 &…& M_n を比較する。$M_2 \geq M_3$ & M_4 &…& M_n ならば（3）へとぶ。

(2.2) M_2 と M_3 & M_4 &…& M_{n-1} を比較する。$M_2 \geq M_3$ & M_4 &…& M_{n-1} ならばｃへとぶ。

⋮

（3）

⋮

(n-2) M_{n-2} と M_{n-1} & M_n を比較する。

上記のプロセスにステップⅠで得た $\{w_i\}$ の値を代入すれば，$w_1 < w_2 + w_3 + \cdots + w_n$ のような一連の不等式を得る。これらの不等式は矛盾しているものとそうでないものがあるが，矛盾した不等式がもし存在すれば，それがなくなるように $\{w_i\}$ を最小限変更し，この結果をもって，各判定者の最終結果とする。以上が各判定者の意見のチェックの手続である。

このようなプロセスを実行できるためには $M_1, M_2, \cdots M_n$ の重要度が比較できることや & の記号で表わされた統合可能性などの仮定が必要である。

この意見検定プロセスはあいまいな量の計測における信頼性を向上させるための一つの方法にすぎないが，このようなプロセスはあいまいなデータの計測・処理過程に含まれていることが望ましい。

6. あとがき

あいまいな量の計測と処理は広範な分野にまたがる問題であり，各分野で種々の手法が開発されているが，あいまいな量の処理技術の基礎となるべき理論が存在しないために，これらの技術はしばしば低い評価をうける。また，実際

にそのように評価をうける理由が存在する。ここにあいまいさ処理技術の問題点があり，これを克服するには，その有効性と同時に限界も明らかにすを必要がある。

本稿で述べてきた事柄はあいまいさをめぐる問題のきわめて一部であり，上の意味においても十分な議論が展開できたわけではない。今後，種々の機会をかりてこの点を明らかにしていく予定である。

参考文献

［1］ Jerry B. Schneider; Solving Urban Location Problems: *Human Intuition Vəvsus the Computer, AIP Journal,* Vol. XXXVII, No. 2, pp. 95～99 (March, 1971)

［2］ R. E. Bellman & L. A. Zodeh; *Decision-Making in a Fuzzy Environment, Management Science,* Vol. 17, No. 4, pp. B-141～B-161 (1970)

［3］ Seldon S. L. Chang; Fuzzy Dynamic Programming and Approximate Optimization of Partially Known Systems, *Proceedings of the Second Hawaii International Conference on System Science,* pp. 123～126, (Jauuary, 1969)

［4］ 科学技術庁計画局；科学技術調査 (1968～1971. 6), pp. 33～54

［5］ システム・ダイナミクスの意義と限界, Engineers No. 289 pp. 19～23 (October, 1971)

［6］ デニス・L・メドウス；成長の限界，ダイヤモンド社 (1972)

［7］ 安田三郎；社会統計学，丸善 (1969)

［8］ 田村正紀；消費者行動分析，白桃書房(1972)

［7］ 玄地宏；文字認識装置におけるあいまいさとその処理，システムにおけるあいまいさの概念とその処理シンポジウム (計測自動制得学会，システム工学部会) pp. 40～46 (December, 1971)

［10］ E. Turban & M. L. Metersky; Utility Theory Applied to Multivariable System Effectiveness Evaluation, *Managoment Science,* Vol. 17, No. 12, pp. B-817～B-828 (1971)

［11］ 水本雅晴；Fuzzy 代数とその応用，数理科学 1970 年4月号より連載

［12］ Jeffrey W. Young, William F. Arnold III & John W. Brewer: Parameter Identification and Dynamic Models of Socioeconomic Phenomena, IEEE Trons. *Systems. Man, and Cybernetics,* Vol. 2, No. 4 pp. 460～467 (1972)

（さいとう たけし・技術経済研究部）