

# 混合型整数計画法による 発電所の最適建設計画の作成

小川 洋 大山 達雄

はじめに

1. 問題の定式化と解法の概略
    - 1.1 計算の目的
    - 1.2 定式化モデルの概略
      - 1.2.1 未知数の内訳
      - 1.2.2 制約条件の内訳
      - 1.2.3 目的関数の内訳
    - 1.3 解法の概略
  2. モデルの応用例
    - 2.1 概要
    - 2.2 計算結果
      - 2.2.1 標準ケースの計算結果
      - 2.2.2 諸ケースの設定
    - 2.3 計算結果に対する考察
  3. モデル使用のための開発プログラム
    - 3.1 入力データジェネレータ
      - 3.1.1 プログラムの目的
      - 3.1.2 プログラムの概略
    - 3.2 レポートジェネレータ
      - 3.2.1 プログラムの目的
      - 3.2.2 プログラムの概略
- 参考文献

## はじめに

電源の最適建設計画の作成に関しては、フランスの EDF の数理計画法の適用に関する研究があり、これについては、当経済研究所で、一昨年 (1971 年) 翻訳双書 No. 5 “フランス電力公社の Investment '85 モデル” としてその概要を翻訳紹介した。

この EDF のモデルは、線形の制約条件と非線形の目的関数をもった数理計画モデルであり、変数の合計は 160 個程度で、もちろん連続変数 (整数変数ではない) のみである。しかし、実際の系統では、電源の建設地点やそのユニット容量は、あらかじめ教多くの候補が与えられており、その中から各種の制約条件を考慮しつつ長期的な経済性を最大にする (コストを最小にする) ことを目標に、最適なユニットを順次選んで建設していくという過程をとるので、ある建設地点のある容量のユニットについてみれば、それがあある期に建設されるか、されないかの二者択一の決定となる。したがって、最適な電源の建設計画作成モデルとしては、0-1 型の整数変数を含んだ混合型整数計画モデルが望ましい。従来このようなかなり大規模な混合型整数計画モデルを解くよいプログラムがなかったが、幸い最近 IBM で、MPSX・MIP という混合型整数計画モデルを解く非常によいプログラムが開発され、それがアベラブルとなったのを機会に、ここでご報告するようなモデルの作成を意図したのである。

このモデルを始めて作成したのは、一昨年 (1971 年) で、このときは全計算期間 15 年を 5 年づつ 3 期にわけ、建設地点と容量が与えられたある発電ユニットを、3 期のうちのどの期

に建設するのが最適であるかを選択するという形のモデルとした。そして、候補発電ユニット数 50 個のある実規模系統に適用してかなりの好結果を得た。しかし、このモデルは5年をまとめて1期としたため、多少無理な面があったので、今回は、1年を1期とするモデルに変更するとともに、それにとまって若干の制約条件の修正を行なった。

なお、このモデルは先に述べたように、IBM の MPSX・MIP というプログラムを用いて解くのであるが、この MPSX 用のインプットデータの作成には相当の手数がかかるので、これをごく簡単なインプットデータから、MPSX 用のインプットデータに変換する入力データジェネレータと MPSX のアウトプットを見易い形に変換するレポートジェネレータの作成を合わせて行なったので、これについても簡単にご報告する。

## 1. 問題の定式化と解法の概略

### 1.1 計算の目的

火力、原子力、水力などの種々の型式の発電所建設のための、将来の長期にわたる設備投資計画を作成するに際して、0-1 タイプの混合型整数計画法の適用を考える。1.2.1 に述べる種々の変数に関して、kW および kWh に関する需要制約条件、0-1 タイプの整数変数に関する制約条件などを充足し、資本費と燃料費の総和としての発電コストの現在価値換算値を最小化することを目的とするモデルを作成すると、線型計画法の一種である混合型整数計画法の問題となる。ここでは、発電コストの現在価値で表わされる目的関数を最小化するような意味での、経済的な運転計画を考慮した発電所の最適建設計画を作成することを目的としている。

## 1.2 定式化モデルの概略

### 1.2.1 未知数の内訳

#### (a) 0-1 型整数変数

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1 : i \text{ 発電所内の } j \text{ ユニットが } k \text{ 期} \\ \quad \text{に建設されている。} \\ 0 : i \text{ 発電所内の } j \text{ ユニットが } k \text{ 期} \\ \quad \text{に建設されていない。} \end{cases}$$

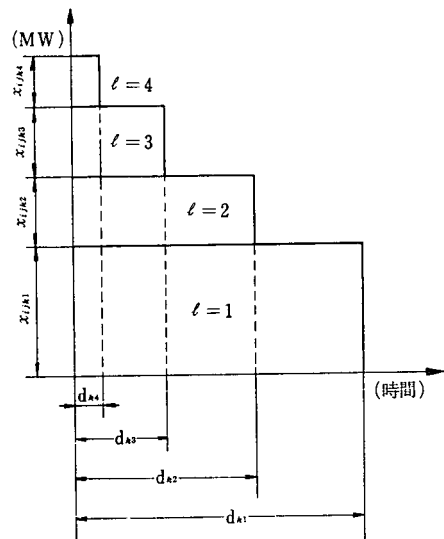
$$(i=1, 2, \dots, S \quad j=1, 2, \dots, u_i)$$

$$(k=1, 2, \dots, K)$$

- $S$  : 発電所の数
- $u_i$  :  $i$  発電所内のユニットの数
- $K$  : 考慮の対象となる期の数

#### (b) 実数変数

$x_{ijkl}$  :  $i$  発電所の  $j$  ユニットの  $k$  期の第  $l$  負荷領域における運転出力を表わす。 $k$  期における  $i$  発電所内の  $j$  ユニットが、 $l=1 \sim 4$  なる4負荷領域で運転するとした場合の年間の運転計画図は、たとえば図 1.2.1 のようになり、実数変数としての  $x_{ijkl}$  は図にあるように負荷領域別運転出力を表わす。



$d_{kl}$  :  $k$  期第  $l$  負荷領域の継続時間

図 1.2.1 ユニットの年間運転計画

$y_{ijk}$  :  $i$  発電所内の  $j$  ユニットの  $k$  期における建設時期を表わす。

$y_{ijk}$  は、 $k$  期 (たとえば期間1年) に、 $i$  発電所内の  $j$  ユニットが建設されていない状態から建設されているという状態に変わる場合、その  $k$  期のうちの最適建設時期がいつであるかを示す実数変数である。図 1.2.2 にあるように期間の全体の長さ 1.0 をとして、それに対する値 ( $0 \leq y_{ijk} \leq 1$ ) で期首からの建設遅れを表わす変数である。

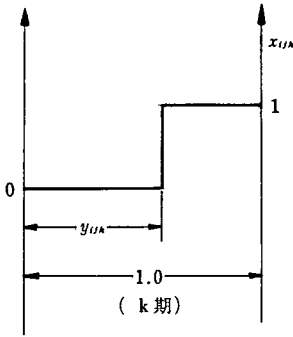


図 1.2.2 最適建設時期の表示

$z_{mkl}$  : 第  $m$  発電型式の既設設備の  $k$  期の第  $l$  負荷領域における運転出力を表わす。前述の  $x_{ijkl}$  がユニットの運転出力を表わすのに対して、 $z_{mkl}$  は既設設備の発電型式ごとの負荷領域別運転出力を表わすものである。したがって、意味するところは図 1.2.1 にある  $x_{ijkl}$  と同一である。

1.2.2 制約条件の内訳

ここでは、1.2.1 に述べた未知数について設定した制約条件に関して、それぞれの式の形を明示し説明を加えることにする。なお、負荷領域、負荷時間帯などは、図 1.2.3 の近似負荷曲線の概略の図中に示してあるとおりである。

(a) 時間帯別、ユニット別、kW バランス (新設ユニット分)

$$(C1) \sum_{l=1}^t x_{ijkl} \leq \xi_{it} H_{ij} (X_{ijk} - y_{ijk})$$

( $i=1, \dots, S; j=1, \dots, u_i; k=1, \dots, K;$

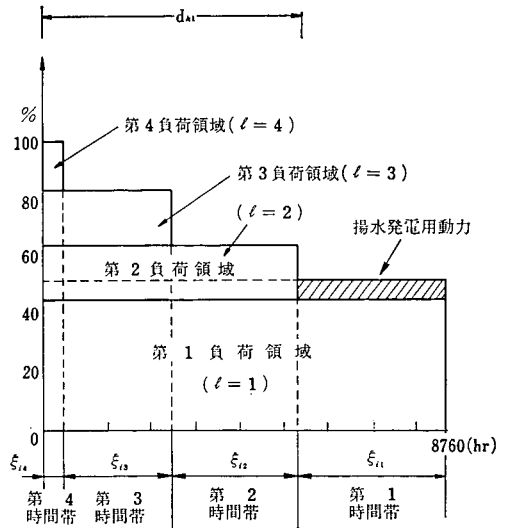


図 1.2.3 近似負荷曲線の概略

$t=1, \dots, L$

$L$  : 負荷継続曲線の分割数(負荷領域の数)

$\xi_{it}$  : 第  $t$  負荷時間帯における  $i$  発電所のユニットの利用可能率

$H_{ij}$  :  $i$  発電所内の  $j$  ユニットの設備出力

$i$  発電所内の  $j$  ユニットが近似負荷曲線におけるいくつかの負荷領域で運転するとした場合、その各々の負荷領域での運転出力の合計は、そのユニットの設備出力に利用可能率を乗じたもの(平均運転出力)より小でなければならないことを示す制約式である。

(b) 時間帯別、発電型式別、kW バランス (既設分)

$$(C2) \sum_{l=1}^t z_{mkl} \leq \xi'_{mt} H_m$$

( $m=1, \dots, M; k=1, \dots, K; t=1, \dots, L$ )

$\xi'_{mt}$  : 第  $t$  負荷時間帯における第  $m$  発電型式の既設設備の利用可能率

( $M$  : 発電型式の総数)

$H_m$  : 第  $m$  発電型式の既設設備の設備出力の総和

第  $m$  発電型式の既設設備が、近似負荷曲線に

おけるいくつかの負荷領域で運転するとした場合、その各々の負荷領域での運転出力の合計は、その発電型式の既設設備の総設備出力に利用可能率を乗じたもの（平均運転出力）より小でなければならないことを示す制約式である。

(c) kW に関する需要充足条件（夏期最大ピーク時の需要充足条件）

$$(C3) \quad \sum_i \sum_j \theta_{ij} H_{ij} (X_{ijk} - y_{ijk}) + \sum_m \theta'_m H_m \geq (1 + \delta) D_k \\ (k=1, \dots, K)$$

$\theta_{ij}, \theta'_m$ :  $i$  発電所のユニット  $j$  あるいは第  $m$  発電型式の既設設備の事故率、定期補修率を考慮した夏期ピーク時の利用可能率

$\delta$ : 供給予備率

$D_k$ :  $k$  期における夏期ピーク時の最大需要電力

新設ユニットおよび既設設備の設備出力に夏期最大ピーク時の利用可能率を乗じたものの合計が、夏期最大ピーク時の最大需要電力に供給予備力を考慮したものより大でなければならないことを示す制約式である。

(d) kWh に関する需要充足条件（年間の近似負荷継続曲線に対する需要充足条件）

$$(C4) \quad \sum_i \sum_j x_{ijkl} + \sum_m z_{mkl} \geq P_{kl} + \mu_{kl} \\ (k=1, \dots, K; l=1, \dots, L)$$

$P_{kl}$ :  $k$  期、第  $l$  負荷領域における需要電力値

$\mu_{kl}$ : 揚水発電動力としての電力

$$(\mu_{k2} = -\mu_{k1}, \mu_{k3} = \mu_{k4} = \dots = \mu_{kL} = 0)$$

負荷継続曲線をいくつかの矩形領域に分割して近似した場合、各々の負荷領域ごとに、新設ユニットおよび既設設備の運転出力の合計が、その負荷領域の需要電力値よりも大でなければならないことを示す制約式である。なお  $\mu_{kl}$  は

混合型整数計画法による発電所の最適建設計画の作成

図 1.2.3 の斜線部分に相当する揚水発電用電力を第 1 負荷領域に含めて考慮することを示したものである。

(e) 厳密な最適建設時期を示す未知数に関する制約

$$(C5) \quad y_{ijk} \leq X_{ijk} - X_{ijk-1}$$

ユニットが建設される期（たとえば 1 年）のうちの最適な建設時期を示す変数としての  $y_{ijk}$  は、整数変数  $X_{ijk}$  が 0 から 1 に変わった場合にのみ意味を有するもので、その他の場合は 0 でなければならない。このことを示す制約式である。

(f) 揚水発電のための動力用電力に関する制約

$$(C6) \quad \mu_{k1} = \left( \sum_i \sum_j \sum_l x_{ijkl} d_{kl} + \sum_l z_{1kl} d_{kl} \right) / \{ \eta (d_{k1} - d_{k2}) \} \leq P_{k2}$$

$d_{kl}$ :  $k$  期第 1 負荷領域の継続時間

$\eta$ : 揚水発電効率

揚水発電のための動力用電力（図 1.2.3 の斜線部分）が、第 2 負荷領域の需要電力値よりも小でなければならないことを示す制約式である。

(g) 発電所内の建設時期の順序性保持のための制約

$$(C7) \quad y_{ijk} - X_{ijk} \leq y_{ij+1k} - X_{ij+1k} \\ (i=1, \dots, S; j=1, \dots, u_i-1; k=1, \dots, K)$$

同一発電所内で複数個のユニットが同一時期に建設される場合、厳密な最適建設時期を示す未知数  $y_{ijk}$  に関してもユニットの建設の順番が保たれねばならないことを示す制約式である。

(h) ユニットの建設の継続性を示すための制約

$$(D1) \quad X_{ijk} - X_{ijk+1} \leq 0$$

$$(i=1, \dots, S; j=1, \dots, u_i; k=1, \dots, K-1)$$

あるユニットがある期に建設されたとする  
と、そのユニットは次の期以後は建設されてい  
る状態になければならないことを示す制約式で  
ある。

(i) 発電所内のユニットの建設順序と、同  
一発電所の3個以上のユニットが同一時期  
に建設されることがないことを示すための  
制約

$$(D2) \quad X_{ijk} - X_{ij+1k+1} \geq 0$$

$$(i=1, \dots, S; j=1, \dots, u_i-1; k=1, \dots, K-1)$$

同一発電所内に複数個のユニットがある場  
合、それらの間での建設の順序を定め、さらに  
3個以上のユニットが同一時期に建設されるこ  
とがないことを示すための制約式である。

### 1.2.3 目的関数の内訳

$$F(X_{ijk}, y_{ijk}, x_{ijkl}, z_{mkl})$$

$$= \sum_i \sum_j \sum_k \frac{1}{(1+r)^k} \{C_{ij}(X_{ijk} - y_{ijk})$$

$$+ \sum_l d_{kl}(\eta_{ijl}x_{ijkl} + \eta_{ml} \sum_m z_{mkl})\}$$

$C_{ij}$ :  $i$  発電所内の  $j$  ユニットの1年当り資  
本費

$r$ : 利子率

$\eta_{ijl}, \eta'_{ml}$ :  $i$  発電所内の  $j$  ユニットあるい  
は第  $m$  発電型式の既設設備の第  $l$  負荷  
領域における 1MWh 当り燃料費。

各期における資本費と燃料費の総和の現在価  
値換算値を目的関数としてとり、これを最小化  
することを目的とする。

## 1.3 解法の概略

1.1, 1.2 に述べたように、この定式化モデ  
ルは、実数変数および整数変数に対して、線型  
の制約条件と線型の目的関数を有する混合型整

数計画モデルである。したがって、ここでの解  
法の計算手順のフローチャートは、図 1.3.1 の  
ように表わすことができる。

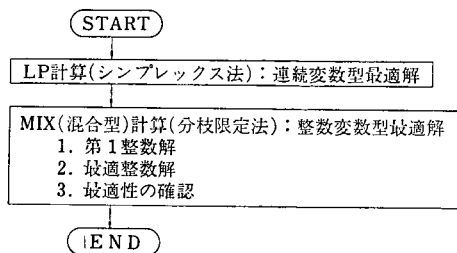


図 1.3.1 計算手順のフローチャート

このフローチャートにおける LP 計算 (シン  
プレックス法) の部分は、変数のうちの一部分が  
整数変数であるという制約を考慮せずに、これ  
らの変数を他と同様に連続変数とみなして、一  
般の線型計画法の解法としてのシンプレックス  
法で解く部分である。シンプレックス法は非常  
によく知られた解法であるので、ここではその  
説明を省略する。このようにして連続変数型の  
最適解が得られるが、これには一部の変数 (こ  
のモデルでは  $X_{ijk}$ ) が整数であるという条件  
を満足するものではない。したがって、これら  
の変数が整数となるような解を求めることが必  
要となる。ここで用いられる解法が Branch  
and Bound 法 (分枝限定法) と呼ばれる手法  
である。ここでは分枝限定法に関して、その計  
算手順の概略を記述する。この手法の主要部分  
(基本操作) のフローチャートは図 1.3.3 のよ  
うになる。以下に、シンプレックス法によって  
連続変数型最適解が得られた後の手順 (図 1.  
3.3 の中の②—③—④) について記述する。

いま  $x$  が 整数変数で  $0 \leq x \leq P$  ( $P$  は 整数)  
なる制約がある時、連続変数型解として  $x=c$

と得られたとする。②にあるように  $x$  を Branching 変数として  $n+1, n+2$  なる2つの小問題を設定するということは、 $0 \leq x \leq p$  なる問題  $n$  の制約を、 $0 \leq x \leq [c]$  (小問題  $n+1, [c]$  はガウス記号で  $c$  を越えない最大の整数を表わす) と  $[c]+1 \leq x \leq p$  (小問題  $n+2$ ) という2種の制約 (Bounding 操作) に分けて、2つの小問題を設定するということである (Branching 操作, 図 1.3.2 参照)。

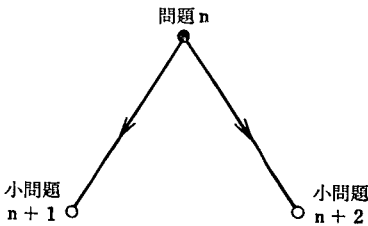


図 1.3.2 Branching 操作

次に、図 1.3.3 にある“節点除去”, “節点待機”なる用語について記述する。まず“節点除去”とは、その小問題で得られた連続変数型最適解が、他に得られている整数解よりも目的関数の値が悪い場合には、その節点に対応する小問題の解を記憶保存する必要がないから除去することをいう。“節点待機”とは、そこで得られた連続変数型最適解が、今までに得られた整数解よりも目的関数の値が良く、この小問題の解にさらに分枝操作 (Branching 操作) を行なうことによって今までよりも望ましい整数解が得られる可能性が残されている場合に、その節点に対応する小問題の解を記憶保存しておくことをいう。

以上が分枝限定法の基本操作の概略である。この基本操作を反復することによって最適整数解を求めるのが Branch and Bound 法 (分枝限定法) である。

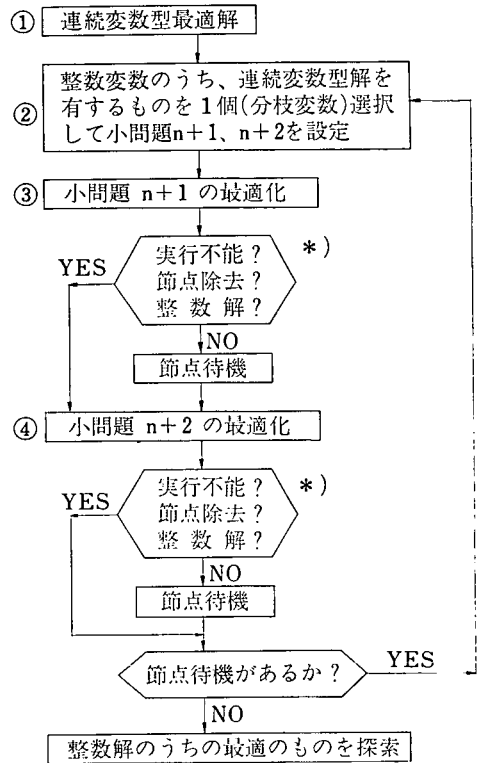


図 1.3.3 分枝限定法の基本操作のフローチャート

\*) 3ケースのうちのいずれかが成立すれば YES とする。すべてが成立しない場合は NO とする。

## 2. モデルの応用例

### 2.1 概要

ここでは、現在計画中のある地域における“将来の原子力、火力、水力 (揚水を主とする) 発電所の建設計画”に対して、この定式化モデルを適用して、経済的な運転計画を考慮した最適建設計画を作成することを試みた。考察の対象となる期間は、昭和 50 年度から昭和 60 年年度までの 11 年間とし、この期間を1年ごとの 11 期に分けることにした。発電所およびユニットに関しては、火力が5発電所、12ユニット、原子力が5発電所、21ユニット、揚水が5発電所、5ユニットで、総計 15 発電所、38 ユニットとなっている。0-1 タイプの整数変数に

関しては、各ユニットに対して 11 期中の 3 期を未知数としてとり、残りの 8 期は 0 あるいは 1 を前もって与えることにしたので、38 ユニットに対しては総計 114 個を整数変数としてとっていることになる。

この例における未知数、制約条件の数は以下のようなものである。

未知数：853 個

- 連続変数：739 個
- $x_{ijkl}$ ：496 個
- $y_{ijk}$ ：144 個
- $z_{mkl}$ ：99 個
- 整数変数：114 個

制約条件：1,001 本

- $C1$ ：496 本,  $C2$ ：99 本
- $C3$ ：11 本,  $C4$ ：44 本
- $C5$ ：144 本,  $C6$ ：11 本
- $C7$ ：70 本,  $D1$ ：76 本
- $D2$ ：50 本

各発電所の各ユニットに関する未知数の内訳は表 2.1.1 に示してある。\* 印の記入されている所が 0-1 タイプの整数変数である。

この例で用いた種々のインプットデータに関して述べる。各発電所、各ユニットの設備出力、建設費は表 2.1.1 のとおりである。なお、建設費に対する年当り資本費率は、火力ユニットに対しては 16.93%、原子力ユニットに対しては 16.51%、揚水ユニットに対しては 12.77% とした。また、新設および既設設備に対する負荷領域別の燃料費は、表 2.1.2 のような値を用いた。火力設備に関しては、既設設備に対しては設備出力 600 MW およびそれ以下のものをミドル火力、それ以上のものをベース火力とし、新設ユニットに対しては、設備出力 700 MW およびそれ以下のものをミドル火力、その他のものをベース火力とした。年間負荷継続曲線に対して、それを近似して 4 負荷領域に分

表 2.1.1 ユニット別未知数の内訳と建設費

型	ユニット名	設備出力	工事費	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
火	TA1	1,200	65.0	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1	
	TA2	600	18.9	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1	
	TB1	700	34.7	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1	
	TC1	1,000	33.9	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1	
	TC2	1,000	32.732	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1	
	TC3	1,000	29.5	0	0	*	*	*	*	1	1	1	1	1	
	TD1	1,000	66.5	0	0	*	*	*	*	1	1	1	1	1	
	TD2	1,000	40.5	0	0	0	*	*	*	*	1	1	1	1	
	TD3	1,000	28.7	0	0	0	0	*	*	*	*	1	1	1	
	TD4	1,000	30.3	0	0	0	0	0	*	*	*	*	1	1	
力	TE1	1,500	71.0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	*	1	
	TE2	1,500	37.1	0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	1	
	原	NA1	784	59.36	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1
		NA2	784	50.95	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1
		NA3	1,100	92.50	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1
		NB1	1,100	99.4	0	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1
NB2		1,100	74.96	0	0	0	*	*	*	*	1	1	1	1	
NB3		1,100	76.97	0	0	0	*	*	*	*	1	1	1	1	
NB4		1,100	74.61	0	0	0	0	0	0	*	*	*	1	1	
NC1		1,100	107.42	0	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	
NC2		1,100	75.13	0	0	0	0	*	*	*	*	1	1	1	
NC3		1,100	79.16	0	0	0	0	*	*	*	*	1	1	1	
子	NC4	1,100	75.69	0	0	0	0	0	*	*	*	*	1	1	
	NC5	1,500	115.12	0	0	0	0	0	0	*	*	*	*	1	
	NC6	1,500	95.78	0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	1	
	NC7	1,500	98.64	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	
	NC8	1,500	95.78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	
	ND1	1,500	144.26	0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	1	
	ND2	1,500	99.45	0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	1	
	ND3	1,500	97.68	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	
	ND4	1,500	94.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	
	NE1	1,500	121.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	
水	NE2	1,500	99.45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	
	PA1	1,280	75.1	0	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	
	PB1	1,300	59.0	0	0	0	0	*	*	*	*	1	1	1	
	PC1	900	43.0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	*	1	
	PD1	640	31.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*	
PE1	900	42.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	*		

(単位：MW, 10<sup>9</sup> 円)

割した近似負荷曲線の概略は図 2.1.1 に示されている。この例では、設備の運転に関しては、原子力ユニットは新設、既設とも  $l=1, 2$  の 2 領域で運転するものとし、火力ユニットは新設ベース火力が  $l=1, 2$  の 2 領域、既設ベース火力が  $l=1, 2, 3$  の 3 領域、新設ミドル火力が  $l=2, 3$  の 2 領域、既設ミドル火力が  $l=2, 3, 4$

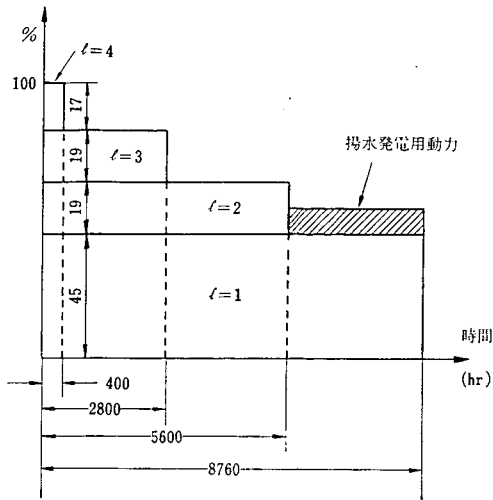


図 2.1.1 近似負荷曲線の概略

表 2.1.2 負荷領域別燃料費 (円/kWh)

型	新 設	既 設
ベース火力	1.55( $l=1$ )	1.59( $l=1$ )
	1.62( $l=2$ )	1.63( $l=2$ )
		1.67( $l=3$ )
ミドル火力	1.67( $l=2$ )	1.72( $l=2$ )
	1.77( $l=3$ )	1.91( $l=3$ )
		2.39( $l=4$ )
原子力	0.75( $l=1,2$ )	0.75( $l=1,2$ )

の3領域で運転するものとした。また揚水ユニットは、新設、既設とも  $l=4$  の領域で運転するものとし、揚水発電用動力は第1負荷領域でまかなうものとした。既設の一般水力設備（揚水を除く）は過去の年間運転実績を参考にし、4負荷領域に運転出力を振りわけることにした。

## 2.2 計算結果

### 2.2.1 標準ケースの計算結果

以下のような前提条件を満すものをここでは標準ケースとして採用した。

(a) 昭和 49 年度末の設備を既設設備とみなし、昭和 50 年度から昭和 60 年度までの需

混合型整数計画法による発電所の最適建設計画の作成要の年平均増加率は 8.86% とする。

(b) 燃料費は表 2.1.2 のとおりとし、そのエスカレーションは考えないものとする。

この標準ケースの場合の最適建設計画および最適運転計画は、3.2 で述べるレポートジェネレーターによって、新設ユニットごと、あるいは既設発電型式ごとに得られる。ここでは表の形にして、それぞれの計画の概略のみを掲げることにする。最適建設計画におけるユニットの期別の増設状況は表 2.2.1 のようになる。また最適運転計画における負荷領域ごとの型式別運転出力の推移は、表 2.2.2 から表 2.2.5 のようになる。

計算に際しては、コンピュータは IBM システム/370 モデル 165、プログラムは IBM 社の開発による LP (Linear Programming) 解法のプログラムである MPSX・MIP (Mathematical Programming System Extended・Mixed Integer Programming) を用いた。計算時間は、連続型 LP の解を求める部分で 1.27 分（シンプレックス法の反復回数は 1,209 回）、混合型 LP の解を求める部分で 2.66 分（最適整数解を求めるのに 0.85 分、最適性の確認終了までの所要時間が 2.66 分）を要した。

### 2.2.2 諸ケースの設定と計算結果

ここでは 2.2.1 に述べた標準ケースに対して、以下のように需要に関して3ケース、燃料費のエスカレーションに関して2ケースを設定し、それらのすべての組み合わせを行ない、合計6ケースの計算を実行した。

<需要に関するケース>

- (a) (b)に対して2%減の場合
  - (b) 需要の年平均増加率が 8.86% の場合
  - (c) (b)に対して3%増の場合
- (a), (c)のケースを年平均増加率に換算す



表 2.2.1 最適建設計画

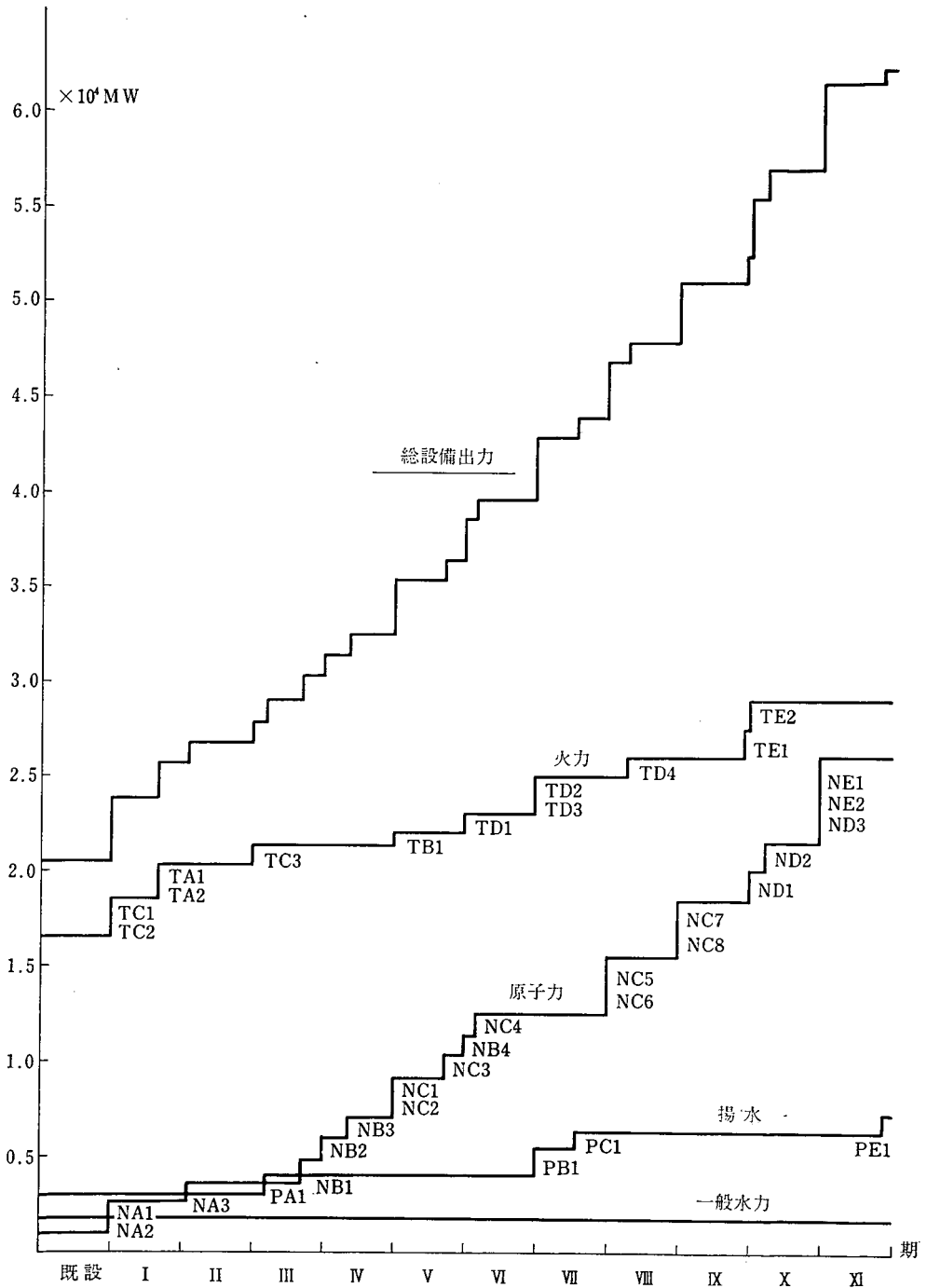


表 2.2.2 型式別期別運転出力  
(第1 負荷領域)

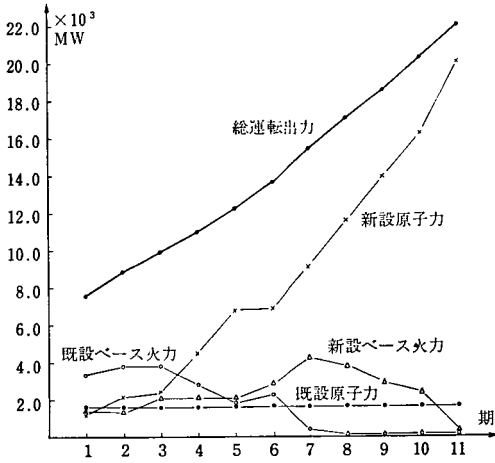


表 2.2.3 型式別期別運転出力  
(第2 負荷領域)

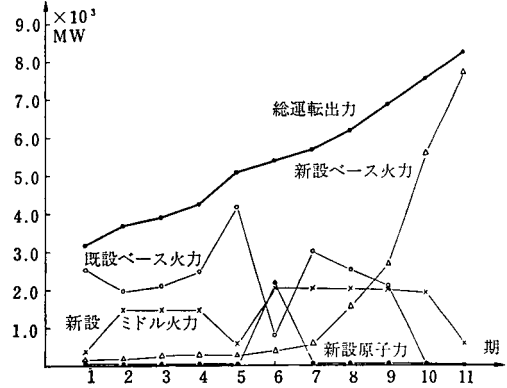


表 2.2.4 型式別期別運転出力  
(第3 負荷領域)

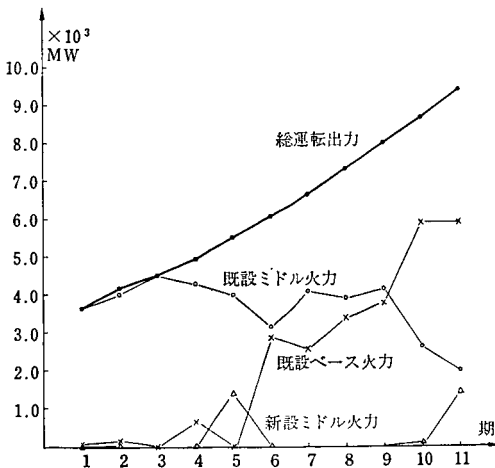
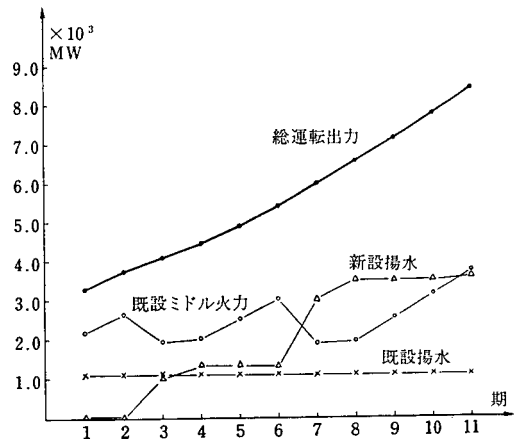


表 2.2.5 型式別期別運転出力  
(第4 負荷領域)



ると、(a)は 6.68%、(c)は 12.13% に相当する。

<燃料費のエスカレーションに関するケース>

- (1) エスカレーションを考慮しない場合
- (2) エスカレーション(第1期から第11期にかけて、火力の燃料費が2.2倍、原子力の核燃料費が1.9倍になる)を考慮した場合

これらのケースごとの計算結果に関してはここでは紙面の都合で省略する。

### 2.3 計算結果に対する考察

標準ケースおよび諸ケースの計算結果に対する分析、考察としていくつか記述する。

(1) 表 2.2.1 の発電所の最適建設計画では、火力、原子力、揚水という型式ごとに増設状況の内訳(下に記入してあるのが新設ユニット名)を示している。この標準ケースでは、原子力ユニットの ND4、揚水ユニットの PD1 は最終期までには建設しない方が経済的であるという解が得られている。また、火力、原子力、揚水という型式ごとに、ほぼ一定した増設勾配を有しているのがわかる。

(2) kW に関する需要充足条件 (C3) における  $\delta$  は供給予備率(平均 8.2%)を表わしているが、標準ケースの解によれば、既設ミドル火力が供給予備力としての役割を果していることがわかる。

(3) 表 2.2.2 から表 2.2.5 に将来の最適運転計画を掲げてある。これによれば、第5期頃までは、第1負荷領域は既設ベース火力、原子力、第2負荷領域は既設ベース火力、新設ミドル火力、第3負荷領域は既設ミドル火力、第4負荷領域は既設ミドル火力、既設揚水という運転パターンを有しているが、第5、6期頃を境としてそれ以後は、第1負荷領域は新設原子

力、第2負荷領域は新設ベース火力、第3負荷領域は既設ベース火力、第4負荷領域は既設ミドル火力、新設揚水という運転パターンを有しているのがわかる。したがって、このような意味で第5、6期頃は、運転パターンの1つの変革期といえるのではないだろうか。

(4) (3)にも述べたことであるが、既設ベース火力および既設ミドル火力の運転出力は、将来にいくほど負荷領域の上部に推移するのみみられる。これは、出力の大きな設備(1,000 MW 以上ユニットおよび原子力ユニット)が建設されるようになると、これらの設備の方が燃料費が安価なために負荷領域のベースで運転した方が経済的になり、既設ベース火力および既設ミドル火力の運転領域は、第3負荷領域あるいは第4負荷領域におしあげられることになるからであろう。

連続変数型の LP 解、および分枝限定法を用いた後の MIP 解におけるシャドコスト(限界価値)、レデューストコストに関する分析を行なうことにする。

(5) 標準ケース(b)―(1)、需要低ケース(a)―(1)、需要高ケース(c)―(1)に対する各期別の kW に関する需要制約条件 (C3) のシャドウコストの現価換算値および実際値は表 2.3.1 のようになる。ここで現価換算値とは、割引率  $1/(1+r)^k$  (利率  $r$  は 10% とした) を考慮して昭和 50 年度期首に現価換算した値である。実際値とは割引率を乗じない値である。表 2.3.1 において、第1期あるいは第2期でシャドウコストが 0.0 となっているのは、この期の制約条件式 (C3) で等号が成立していないことによるものである。これらのシャドウコストは、各期(この例では各年)における 1 MW の需要増加(設備出力の増加、つまり制

表 2.3.1 制約条件 (C3) に関するシャドウコスト (単位: 10<sup>6</sup> 円)

ケース	(b) — (1) (D-N, E-N)		(a) — (1) (D-L, E-N)		(c) — (1) (D-H, E-N)	
	現 価 換算値	実 際 値	現 価 換算値	実 際 値	現 価 換算値	実 際 値
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	6.68	8.09	0.0	0.0	6.14	7.43
3	5.58	7.43	6.91	9.19	6.91	9.19
4	3.78	5.54	5.90	8.64	7.17	10.50
5	3.60	5.80	3.65	5.88	3.60	5.80
6	3.00	5.31	2.91	5.15	3.00	5.31
7	3.09	6.02	2.89	5.64	3.47	6.75
8	2.25	4.82	2.25	4.82	2.76	5.91
9	3.39	7.99	2.44	5.76	2.05	4.84
10	1.98	5.14	1.47	3.82	2.22	5.75
11	2.01	5.73	2.07	5.91	1.80	5.15

約条件 (C3) の右辺における  $(1+\delta)D_k - \sum_m \theta'_m H_m$  の 1MW の増加) に対して、設備に関する年当りコスト (つまり年当り資本費) がどの程度増加するかを示すものである。したがってこのことから、表 2.3.1 において 3 ケースが大体同程度の値を有していること、あるいは 11 期中の前半の期に対応する値が後半の期に対応する値より概して大であることの理由が理解される。

また別の見方をすれば、この値は次のようにも考えられる。つまり、火力設備、原子力設備の kW 当り建設費をそれぞれ約  $35.0 \times 10^8$  円、約  $80.0 \times 10^8$  円とし、それらの設備の年当り資本費率を 17.0% とすると、火力設備、原子力設備の MW 当り年当り資本費はそれぞれ  $5.95 \times 10^6$  円、 $13.6 \times 10^6$  円となる。表 2.3.1 の数値は、火力、原子力の組み合わせによって得られることから、ほとんどがこれらの 2 つの数値の間に存していることが確認される。

(6) 次には、kWh に関する需要制約条件 (C4) のシャドウコストについて考えてみる。標準ケース (b) — (1) に対する各期、各負荷領域別のシャドウコストの現価換算値、実際値は表 2.3.2 のようになる。これらのシャドウ

表 2.3.2 制約条件 (C4) に関するシャドウコスト (単位: 10<sup>6</sup> 円)

期	領域	現 価 換算値	実 際 値	期	領域	現 価 換算値	実 際 値
1	1	21.60	23.76	7	1	7.49	14.60
	2	17.24	18.96		2	5.02	9.78
	3	4.86	5.35		3	2.74	5.34
	4	0.87	0.96		4	0.49	0.95
2	1	12.07	14.61	8	1	6.68	14.32
	2	8.10	9.80		2	4.58	9.82
	3	4.42	5.35		3	2.50	5.36
	4	0.79	0.96		4	0.45	0.96
3	1	12.51	16.65	9	1	6.07	14.31
	2	8.90	11.84		2	4.16	9.81
	3	4.02	5.35		3	2.27	5.35
	4	0.72	0.96		4	0.41	0.96
4	1	9.98	14.61	10	1	5.51	14.29
	2	6.71	9.82		2	3.77	9.78
	3	3.66	5.36		3	2.07	5.37
	4	0.66	0.96		4	0.37	0.96
5	1	9.13	14.70	11	1	5.00	14.27
	2	6.05	9.74		2	3.42	9.76
	3	3.32	5.35		3	1.88	5.36
	4	0.59	0.96		4	0.34	0.96
6	1	8.24	14.60				
	2	5.53	9.80				
	3	3.02	5.35				
	4	0.54	0.96				

コストは、各期、各負荷領域において 1MW の需要増加 (運転出力の増加) があつた場合に、燃料費に関するコストがどの程度増加するかを示すものである。この表によれば、第 2 期以降の領域別コスト増加額の実際値はほとんど一定しているのが確認される。またこれらの数値をケースごとに比較してみると、2.2.2 に述べた需要に関するケース間での差異はほとんどなく、エスカレーションを考慮した場合と考慮しない場合とで数値がほとんど一定の値を有しているのが確認される。そこで、これらの数値をもとにして各期、各負荷領域別の 1kWh の需要増加に対するコスト増加額の実際値をこの標準ケースについて計算すると、表 2.3.3 のようになる。つまり表 2.3.3 は、期別領域別の燃料費

表 2.3.3 1 kWh の需要増加に対する 期別負荷領域別コスト増加額の実際値  
(単位：円/kWh)

期	領域	実際値	期	領域	実際値	期	領域	実際値
1	1	2.71	5	1	1.68	9	1	1.63
	2	3.39		2	1.74		2	1.75
	3	1.91		3	1.91		3	1.91
	4	2.39		4	2.39		4	2.39
2	1	1.67	6	1	1.67	10	1	1.63
	2	1.75		2	1.75		2	1.75
	3	1.91		3	1.91		3	1.92
	4	2.39		4	2.39		4	2.39
3	1	1.90	7	1	1.67	11	1	1.63
	2	2.11		2	1.75		2	1.74
	3	1.91		3	1.91		3	1.92
	4	2.40		4	2.39		4	2.39
4	1	1.67	8	1	1.63			
	2	1.75		2	1.75			
	3	1.91		3	1.91			
	4	2.39		4	2.40			

を表わしているということができる。これは、負荷曲線が図 2.1.1 のような形を有する場合の燃料費に相当するものであることから、表 2.1.2 に示した燃料費よりも少し高い値を有するものと思われる。

表 2.3.3 によると、第 4 負荷領域の燃料費は 2.39 円/kWh となっており、表 2.1.2 にある既設ミドル火力の第 4 負荷領域の燃料費と一致している。したがってこの運転時間 400 時間を有する第 4 負荷領域は、既設ミドル火力と揚水設備でまかなっていることから揚水設備の燃料費も理論的にはほぼ 2.39 円/kWh と考えることができる。つまり、揚水発電の効率を 65% とすると、揚水用動力として利用している第 1 負荷領域の燃料費は、 $2.39 \times 0.65 = 1.55$  円/kWh となり、表 2.1.2 における新設ベース火力の燃料費に一致しているのがわかる。これは、第 1 負荷領域が既設、新設のベース火力と原子力でまかなわれているから、既設ベース火力と原子力の燃料費の中間の値になるものと思われる。

そこで燃料費のみを安くすることを考えるならば、第 1 負荷領域を原子力のみでまかなうことにすれば、つまり揚水発電用動力として原子力を用いることにすれば、揚水発電の kWh 当り燃料費は理論的には  $0.75/0.65 = 1.15$  円/kWh まで下げることができると言えるであろう。

(7) 次には、レデューストコストに関する分析を行なってみる。まず  $X_{ijk}$  に関するレデューストコストを  $R_X$  とすると、 $R_X$  の意味するところは、以下のようなものとなるであろう。

(イ)  $X_{ijk} = 0$  の時： $R_X$  が正ならば、 $X_{ijk} = 1$  とすると目的関数が  $R_X$  だけ増加する。  
(不利益になる)

(ロ)  $X_{ijk} = 1$  の時： $R_X$  が正ならば、 $X_{ijk} = 0$  とすると目的関数が  $R_X$  だけ減少する。

(コストが減少する)

また  $y_{ijk}$  に関しては、レデューストコストを  $R_y$  とすると、これは、 $y_{ijk}$  を  $4y$  だけ減少すると  $R_y 4y$  だけ目的関数が増加する(不利益になる)ことを意味する。したがって以上のことを考慮すると、需要制約条件(需要想定値)が増加方向へ変化した場合の解としての  $X_{ijk}$ ,  $y_{ijk}$  の変化のプロセスは、次のようになると推定できる。またこのことは、実際の各ケースの結果からもほぼ確認された。

(a)  $X_{ijk} = 1$  の時、それに対応する  $y_{ijk}$  は、 $R_y (\geq 0)$  の小さいものから減少の方向へ向かう。

(b) 連続型 LP のもとの基底解  $X_{ijk}$  は、 $R_y (\geq 0)$  の小さいものから、 $X_{ijk} = 0$  の時は  $0 < X_{ijk} < 1$  となり、 $0 < X_{ijk} < 1$  の時は  $X_{ijk} = 1$  となる。

(c) 連続型 LP の非基底解が  $X_{ijk} = 0$  の時は、 $R_X (\geq 0)$  の小さいものから  $X_{ijk} = 1$  の方向へ向かう。

ただこのモデルでは、各期ごとにユニットの選択の方法が独立でないから、つまりある期に1という解が得られるとそれ以後はずっと1でなければならないという制約があることから、必ずしも厳密に上の3つのプロセスに分類はされえないであろう。しかしながら、需要想定値が変化した場合に解がどう変化するかという方向づけの推定の役割は、十分に果すことができるものと思われる。したがって、ここでの需要高(低)ケースよりもさらに需要が増加(減少)した場合のこのモデルの解の変化に関しては、変数が与えられた条件下で有する相対的価値ともいべきレデューストコストを分析することによって推定できることになる。

### 3. モデル使用のための開発プログラム

1で述べた発電所の最適建設計画作成のための定式化モデルを、ここでは“OCPEPS”(Optimal Construction Program of Electric Power Station)と呼ぶことにする。当モデル“OCPEPS”を使用するに際して、計算の手間の省略化、手順の簡略化、分析の容易化などをはかることを目的として、「入力データジェネ

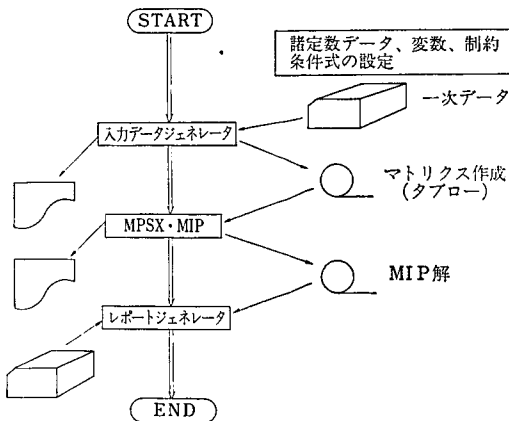


図 3.1 モデル“OCPEPS”の分析手順のフローチャート

混合型整数計画法による発電所の最適建設計画の作成レータ」と「レポートジェネレータ」という2つのプログラムを開発した。ここでは、これらのプログラムに関して作成目的、概略を記述することにする。使用方法、使用例に関しては紙面の都合で割愛する。「入力データジェネレータ」と「レポートジェネレータ」という2つの開発プログラムを使用した場合の当モデル“OCPEPS”の分析手順の概略のフローチャートは図3.1のようになる。

#### 3.1 入力データジェネレータ

##### 3.1.1 プログラムの目的

1に述べてあるように、発電所建設のための将来の長期にわたる設備投資計画を作成するに際して、0-1タイプの混合型整数計画法の適用を考え、このためのMIP(Mixed Integer Programming)モデルとして“OCPEPS”を作成した。これによれば、2の応用例からもわかるように、15発電所38ユニットに対して期間11期を対象とすると、各ユニットに対して11期中の3期のみを選択の対象としたとしても、未知数853個、制約条件1,001本という非常に大きなモデルとなる。これらの入力データをもとにしてMPSX(Mathematical Programming System Extended, IBM Program Number 5734-XM4)用のインプットデータを作成するわけであるが、これはユニットあるいは期の数が多くなると、非常に大きなタブローを作成することになり、膨大な手間を必要とする。この主要な原因は、制約条件式なるものが、タブローにおいて行ごとであるのに対して、MPSX用のインプットデータは変数(タブローにおける列)ごとに入力しなければならないことにある。そこで、行ごとに入力を行なうのに対して、列ごとの出力を有するようなプログラムができれば、かなりの手間がはぶけることにな

る。ここで作成したプログラムは、行ごとに読み込み、しかも制約条件式ごとに式の中の変数  $x_{ijkl}$ ,  $y_{ijk}$ ,  $z_{mkl}$ ,  $X_{ijk}$  の添字  $i, j, k, l, m$  の最初と最後だけを読み込むことによって自動的に MPSX 用のインプットデータをジェネレートすることを目的とするものである。

3.1.2 プログラムの概略

ここでは、このプログラムの入力および出力に関して、その概略を記述する。まず入力に関しては、大まかにわけると以下の6個の部分から成る。

- ① モデル“OCPEPS”に固有な定数の読み込み (変数, 制約条件式の数, ユニット数, 期間数, その他)
- ② 変数名, 制約条件式名の読み込み
- ③ 積々の定数データの読み込み (ユニットごとの発電型式, 設備出力, 利用可能率, 需要想定値, その他)
- ④ 既定解の読み込み (0を設定する最終の期と1を設定する最初の期)
- ⑤ 目的関数の係数の読み込み
- ⑥ 制約条件式の読み込み

このプログラムの入力の概略は以上のようなものである。これらの入力に対して MPSX 用の完全なインプットデータを磁気テープ上に書き込むことにした。

このプログラムの最も主要な部分についてその計算の概要を記述する。つまり、目的関数あるいは制約条件式に対して、変数あるいは変数の添字と係数の値をインプットした場合に、それをいかにしてタブローにおける非零要素として記憶するかの概略を示すことにする。まず当モデル“OCPEPS”では、変数名のコンピュータ内における表示方法を以下のように規定している (ここでは変数のうちの  $x_{ijkl}$  のみを例

として掲げる。他の  $y_{ijk}$ ,  $z_{mkl}$ ,  $X_{ijk}$  はすべてこれに準じて、Y0111, Z0114, B0111 のようになる)。

$$\begin{array}{cccccc} X & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ \hline \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \end{array}$$

- ① : 連続変数  $x$  に相当
- ② : 発電所番号,  $i$  に相当
- ③ : ユニット番号,  $j$  に相当
- ④ : 期番号,  $k$  に相当
- ⑤ : 負荷領域番号,  $l$  に相当

上のような計算機内部における変数名を、①, ②, ③, ④, ⑤の変数の構成要素に分けることを変数名の分解と呼ぶことにする。目的関数の読み込みの場合、変数名と係数の値がインプットされた時の処理のフローチャートは図 3.1.1 のようになる。また制約条件式の読み込みの場合、変数の添字と係数の値がインプットされた時の処理のフローチャートは図 3.1.2 の

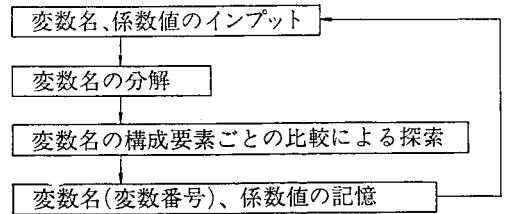


図 3.1.1 目的関数の処理のフローチャート

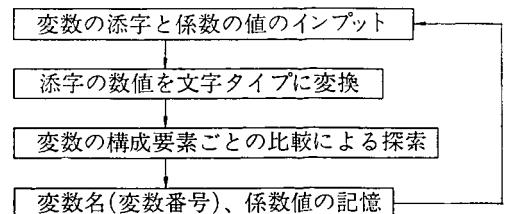


図 3.1.2 制約条件の処理のフローチャート

ようになっている。

なおこのプログラムは、6個のサブルーチンを有し、全部で1,170本のステートメントから成っている。6個のサブルーチンの内訳は次のようなものである。

- ① 読み込み処理を容易にするためのサブルーチン
- ② 数値を文字タイプに変換するためのサブルーチン
- ③ 文字タイプから変数の構成要素を作成するためのサブルーチン
- ④ 変数名の構成要素ごとの比較による探索(変数探索)のためのサブルーチン
- ⑤ 変数探索の高速化のためのサブルーチン
- ⑥ 変数名、係数値の記憶処理のためのサブルーチン

### 3.2 レポートジェネレータ

#### 3.2.1 プログラムの目的

当モデル“OCPEPS”は、混合型整数計画法を用いて将来の長期にわたる発電所の運転計画を考慮した最適建設計画を作成することを目的としている。応用例にあるような現実のモデル化を行ない、変数、制約条件式を設定し、混合型整数計画法問題の解法プログラムとしてのMPSX・MIPを利用して解くわけであるが、MPSX・MIPの解では変数や制約条件式の数が多き場合には、それを解として解釈するのに非常に煩雑である。そこで磁気テープ上に記憶されたMPSX・MIPの解を実際の最適建設計画、最適運転計画として現実にわかりやすい形に表示し、さらにはkWおよびkWhに関する需要制約条件のシャドウコストを現価換算値と実際値の形で表示することによって解の解釈、分析に役立たせようというのがこのプログラムの目的である。

混合型整数計画法による発電所の最適建設計画の作成

#### 3.2.2 プログラムの概略

このプログラムは、磁気テープ上に記憶されたMPSX・MIPによる解のうちの最適解に関してレポートを作成するものである。このプログラムの入力と出力に関してその概略を述べることにする。まず、入力部分の概略は次のように記述できる。

- ① 発電設備型式ごとの運転領域指定データの読み込み
  - ② タブローの行の数、列の数の読み込み
  - ③ シャドウコストを印刷する行(制約条件式)番号の読み込み
  - ④ ユニットに関するデータの読み込み
- また出力部分の概略は次のように記述できる。

- ① 目的関数の値の印刷
- ② 既設設備の期別負荷領域別運転出力の印刷
- ③ ユニットごとの建設計画、運転計画の印刷
- ④ kWおよびkWhに関する需要制約条件のシャドウコストの現価換算値と実際値の印刷

上のような入、出力部分を連結するこのプログラムの計算手順のフローチャートは図3.2.1

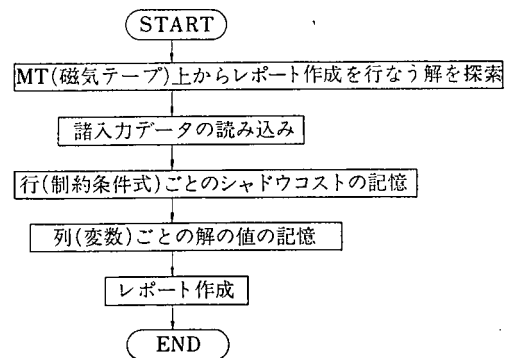


図 3.2.1 レポートジェネレータプログラムのフローチャート



のようになる。

このプログラムの最も主要な部分をなしているのは、図 3.2.1 のフローチャートにおける列ごとの解の値の記憶とレポート作成をリンクする部分である。つまり当モデル“OCPEPS”では 3.1.2 に述べたような計算機内部の変数表示を行なっているのに対し、レポートとして見やすい形にするためには、ユニットごとに建設時期、建設遅れ、負荷領域ごとの運転出力をまとめて表現することが必要となるので、変数  $X_{ijk}$ ,  $x_{ijkl}$ ,  $y_{ijk}$ ,  $z_{mkl}$  に対しては、 $i, j, k$  が対応するものを同一箇所印刷しなければならぬ。したがって表示された変数名を分解して、変数の先頭の文字および添字の  $i, j, k, l, m$  等を識別するようなプログラムが必要となり、これがこのプログラムの最も主要な部分をなしている。この部分のフローチャートの概略は、図 3.2.2 のように表わすことができるが、内容的には IBM システム 370 の文字の内部表現のコード変換表を用いてプログラムを作成した。

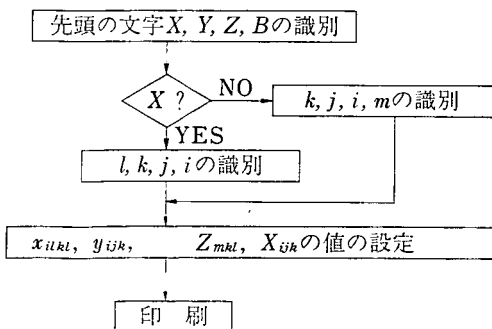


図 3.2.2 レポートジェネレータ主要部分のフローチャート

## 謝 辞

一昨年（1971 年）、筆者らが混合型整数計画法を、電源建設計画問題へ適用することを考えていたとき、その機会を与えて下さった当時の科学技術庁原子力局原子力エネルギー経済研究会（主査吉本秀幸氏）に対し深甚の謝意を表する。

また、今回、レポートジェネレータの作成および計算の実行にご協力いただいた三菱総合研究所の大嶋光雄氏に心からお礼を申しあげる次第である。

## 参考文献

- [1] 森口繁一，“線型計画法入門”日科技連，1958
- [2] 小野勝章，“計算を中心とした線型計画法”，日科技連，1967
- [3] S. I. Gass, “Linear Programming, Methods and Applications”, McGraw-Hill, 1958
- [4] L. C. Mitten, “Branch and Bound Method: General Formulation and Properties”, *Operations Research*, Vol. 18, No. 1, 1970
- [5] Program Product, “Mathematical Programming System Extended (MPSX) Linear and Separable Programming Program Description, Program Number 5733-XM4, IBM, 1971
- [6] Program Product, “Mathematical Programming System Extended (MPSX) Mixed Integer Programming (MIP) Program Description, Program Number 5734-XM4, IBM, 1971
- [7] System/370 Reference Summary, GX20-1850-1, IBM, Technical Publication Department

（おがわひろし，おおやまたつを・技術経済研究部）