最適経済成長と環境問題

西　野　義　彦

〔要旨〕

公害・環境問題を伴う経済の適正な成長とは，いったいいかなるものでさるかを究明するため，本稿では，従来論議されてきたマクロ的最適成長モデルに，とくに「環境問題」の要因を陽表的に導入し，環境問題と経済成長との関係について，理論モデルによる展開を試みたものである。

まず，そのモデルの基本的特徴について述べておこう。経済成長の最適性論議に通常用いられる基準は，社会的厚生の最大化である。すなわち，対象となる期間においてもたらされる個々人の効用を何らかの仮定ないし方法で社会的に集計し，それを特定の時間選好率で割引いて累計したものを最大化するという手続きをとる。このような条件を満たす経済の成長パターンを，一般に最適成長と呼んでいる。しかしここで問題となるのは社会的厚生したがって効用関数の中味で，それをいかに規定するかによって，最適成長の意味内容が大きく変わってくる。従来一般に採用されてきた最も主要な要因は，消費水準であろう。環境問題がとくに問われている現代では，そのような取扱いでは不充分であるといわざるを得ない。そこで今回は，従来の消費水準をもとにした効用関数に，さらに「環境の質」という要因を考慮に入れる。したがってここでは，限られた利用可能資源のもとで，社会的効用を最大にする消費水準と環境の質との選択問題が，最適成長達成のための課題となる。

生産水準を規定する主要な要因は，いうまでもなく資本と労働である。この場合，環境問題を重視する立場に立ては，資本の中味を民間資本と公共資本とに区別し，とくに公共資本の機能に注目する必要がある。すなわち，公共資本には，（1）生産能力を間接的に高める働きをもつと同時に，（2）環境の質を高め生活水準を質的に向上させる働きをもっている。この公共資本のもつ二面性こそ，民間資本と基本的に異なる点である。このことは，民間資本ストックの増大が生産水準の上昇を通じて消費水準を上昇させると同時に，環境の質を低下させるように作用しているのに対し，公共資本ストックの増大は生産水準の上昇を通じて消費水準を上昇させると同時に，環境の質の向上にもある程度寄与しているということを意味している。このように，いま労働と技術進歩の問題を考慮の外におくとすれば，結局利用可能資源を民間資本と公共資本とにいかに配分するかは，経済成長の最適問題に大きく影響しているといえる。

以上のような特徴をもつ今回のモデルは，国民経済をおよそ 10 本の連立方程式体系で表現し，最適成長径路導出の手続きとしては，Pontryagin の最大原理を用いる。またそのときの操作可能変数として民間貯蓄率と税率とが使われている。いうまでもなく，民間貯蓄率は社会の利用可能資源が消費と資本形成とにいかに配分されるべきかの決定に用いられ，一方税率は，その資本形成が民間部門と公共部門との間でいかに配分されるべきかの決定に用いられる。

いずれにしても，環境の質がとくに問題となっている経済では，民間資本の限界生産力と公共資本の限界生産力との均等が最適化のための条件ではなく，民間資本の限界生産力が公共資本の限界生産力をある特定分だけ上回るよう民間貯蓄率と税率とを操作することが，最適化のための条件であって，その超過分は，（1）環境汚染のもつ負の限界効用，（2）公共資本のもつ環境汚染緩和効果，（3）生産活動に随伴する環境汚染作用の程度，などによって決定されるというのが，今回の主な分析結果である。

はしがき

いうまでもなく，現代経済社会の一つの大きな特徴は，何らかの公害・環境問題を伴いつつ，その成長が達成されてきていること，そして，その成長過程ならびにそれに対する何らかの政策を論じようとする場合には，この環境問題が，資源問題と並んで，決して無理されることのできないほど，重要な要因となってきているということである。

今回は，こうした環境問題を伴う経済の適正なる成長とは，いったいいかなるものであるかを究明してみようという意図で，まずきわめて素朴ではあるが，モデルによる理論的展開を試みたわけである。

なお，今回の研究レポートは，今後引き続き行なう予定にしている「最適成長と環境・資源問題」に関する一連の理論的研究の，いわば第１段階の作業の結果である。

1 モデルの背景

最適経済成長に関する研究は，従来「環境問題」を考慮の外においた論議が一般に多かった。ここに提示する理論モデルは，通常のマクロ最適成長モデルに，「環境問題」の要因を陽表的に導入し，環境問題と経済成長との関係を中心に理論的展開を試みたものである。そこでここでは，マクロ経済モデルにおけるこうした「環境問題」の取扱いについて若干ふれておこう。

その第１は，効用関数についてである。経済成長の最適性論議に通常用いられる基準は，社会的厚生の最大化である。つまり，対象となる期間においてもたらされる個々人の効用を何らかの仮定ないし方法で社会的に集計し，それを特定の時間選好率で割引いて累計したものを最大化する。そのようにして得られた経済の成長パターンを，一般に最適成長と呼んでいる。その場合当然問題となるのは，個々人の効用関数の中味をどう考えるかである。その中味次第では，最適成長の意味が変わってくる。たとえば，効用関数を規定する最も重要な要因は，いうまでもなく消費水準であろう。しかし，環境問題がとくに問われている現代では，それのみでは不充分であるといわざるを得ない。たとえ物質的には同じレベルの消費が行なわれていても，それをとりまく環境条件によって，実質的な意味での効用はかなり異なってくるはずである。

ここでは，従来の消費水準を軸とした効用関数に，さらに「環境の質」という要因を考慮する。環境の質 Q は，環境汚染 Z の減少関数とみられる。

$$Q=f(Z) \tag{1.1}$$

図 1.1 において，曲線 AB は限られた利用可能資源のもとでのいわば生産可能領域を，U_1，U_2，U_3 は社会的効用水準を示している。ここで点（C^*，Q^*）が，利用可能資源のもと

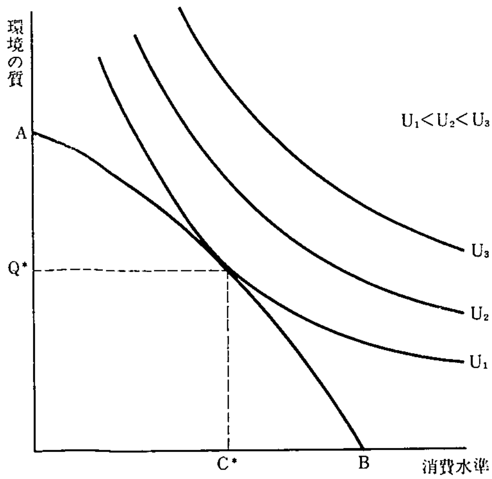

図 1. 1

で，社会的効用を最大にする消費水準ならびに環境の質であり，最適成長の問題は，数ある Q と C との関係の中から，Q^* および C^* を選択するという問題となる。

つぎは生産関数の問題に移ろう。生産を規定する重要な要因は，いうまでもなく資本と労働である。この場合，環境問題を重視する立場に立てば，民間資本とならんでとくに公共資本の機能を無視することはできない。すなわち公共資本は，生産能力を間接的に高める働きを持つと同時に，環境の質を高め生活水準を質的に高める働きを持っている。このように，公共資本の機能には二面性があり，これが民間資本と基本的に異なる点である。

図 1. 2 は，公共資本の第 1 の機能を示している。つまり，いま労働と技術の問題を考慮の外におくとすれば，民間資本ストック K_p が同一の水準 K_{p1} にあったとしても，公共資本ストック K_g が K_{g1} から K_{g2} に増大すれば，生産水準 Y は Y_1 から Y_2 に増大する。

図 1. 3 は，公共資本の第 2 の機能を示している。いまかりに，生産水準が同一の水準 Y_1 に

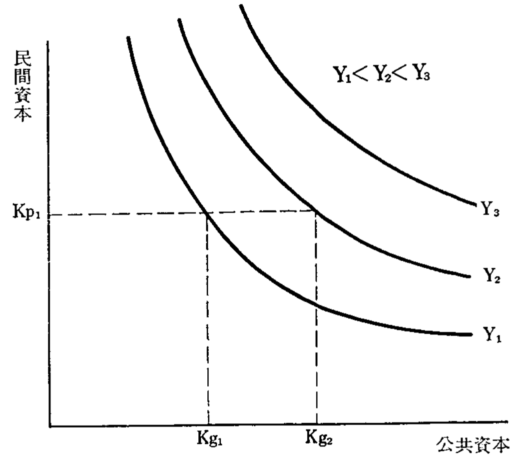

図 1. 2

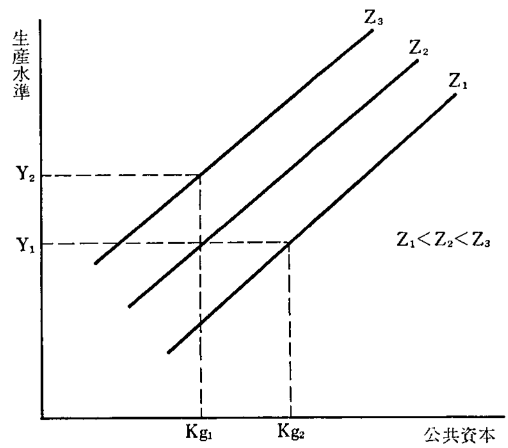

図 1. 3

留まっていたとしても，公共資本ストックが K_{g1} から K_{g2} に増大すれば，環境汚染量 Z は Z_2 から Z_1 に減少する。一方，公共資本ストックが同一の水準 K_{g1} にあったとしても，生産水準が Y_1 から Y_2 に高まれば，結合生産的に環境汚染量は Z_2 から Z_3 に高まる。

以上の関係から，民間資本と公共資本との配分の組合せが，経済成長の最適性に大きく作用していることが分った。もし K_p-K_g 平面に，社会的効用に関する無差別曲線群 U を図 1. 4 の如く描くことができるとすれば，利用可能資

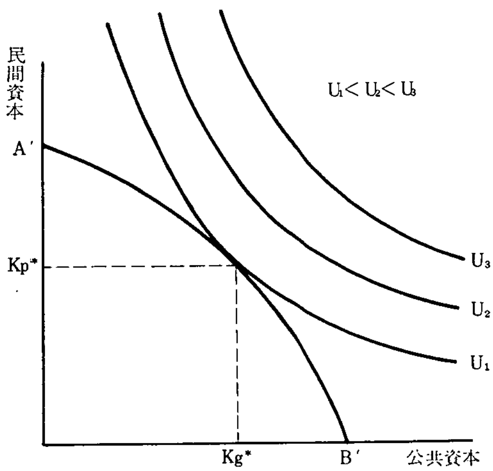

図 1.4

源のもとでの K_p と K_g の可能領域 A′B′ と，社会的効用に関する無差別曲線との接点 (K_g*, K_p*) が，社会的効用を最大にする民間資本と公共資本との組合せ，したがってその意味での最適成長を達成するための両者の組合せということになる。

2 モデルの構成

2.1 効用関数

まず，効用関数から説明して行くことにしよう。

$$U(t)=U(C(t),\ Z(t)) \qquad (2.1)$$

U：社会的効用

C：民間消費支出[1)]

Z：社会全体の環境汚染量

これは，通常の効用関数に環境汚染の要因を考慮に加えたもので，いうまでもなく，消費に関しては，社会的効用に対して限界効果が正で逓減するということ，また環境汚染に関しては，社会的効用に対して限界効果が負で逓増するということが仮定されている。つまり，

$$U_c>0,\ U_{cc}<0$$

$$U_z<0,\ U_{zz}<0$$

ただし，$U_c=\dfrac{\partial U}{\partial C},\quad U_{cc}=\dfrac{\partial^2 U}{\partial C^2}$

$$U_z=\frac{\partial U}{\partial Z},\quad U_{zz}=\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}$$

さらにここに示す効用関数は，消費と環境汚染に関し，$1-\theta$ 次の同次関数とする。θ は $0<\theta<1$ の値をとる。

2.2 生産関数

$$Y(t)=F(K_p(t),\ K_p(t),\ A(t)L(t)) \qquad (2.2)$$

Y：社会全体の産出量

K_p：民間資本ストック

K_g：公共資本ストック

A：技術進歩

L：労働人口

まず資本ストックを民間資本と公共資本とに区分し，それぞれ生産に対し異なった効果を持つものとする。またここでは，三つの要素 K_p, K_g, AL に関し1次同次と仮定する。すなわち，

$$\begin{cases} \lambda^n Y=F(\lambda K_p,\ \lambda K_g,\ \lambda(AL)) \\ n=1 \end{cases}$$

という関係があるものとする。AL は効率労働 efficiency labor と呼ばれ，労働増大的技術進歩 labor-augmenting technological progress を伴うタイプが採られている。

2.3 技術進歩関数

$$A(t)=A_0e^{\alpha t} \qquad (2.3)$$

α：技術進歩率

ここで技術進歩 A は，外生的に与えられ，技術進歩率 α で年々指数的に増大して行くものとする。

2.4 労働人口

$$L(t)=L_0e^{nt} \qquad (2.4)$$

1) 経済変数はすべて実質ターム。

n：人口増加率

人口をPで表わせば，Pは年々一定率nで増加するものと考え，$P(t)=P_0e^{nt}$ で表わされるものとする。長期的視点に立てば，労働人口Lは人口Pの増加率にほぼ等しい割合で増加して行くとみてさしつかえない。

2.5　環境汚染関係式

$$Z(t)=Z(Y(t),\ K_g(t)) \qquad (2.5)$$

社会全体の環境汚染量Zは，とりあえず経済の活動水準を表わすYと，公共施設の拡充の度合いを表わす公共資本ストックK_gとの関数とみる。これはあくまで問題の単純化によるものであって，決して充分な説明とは思っていない。ここでは，とりあえずYとK_gに関し1次同次とみなす。YとK_gの環境汚染量Zに与える限界効果は，いうまでもなく $Z_y>0$，$Z_g<0$で，Yが増加すればZも増加し，一方K_gが増加すればZを減少させる効果を持つものと考える。Z_y，Z_gはそれぞれ $Z_y=\frac{\partial Z}{\partial Y}$，$Z_g=\frac{\partial Z}{\partial K_g}$ である。

2.6　所得決定式

$$Y(t)=\dot{K}_p(t)+\dot{K}_g(t)+C(t) \qquad (2.6)$$

2.7　政府資本形成

$$\dot{K}_g(t)=vY(t) \qquad (2.7)$$

v：社会全体の平均税率

単純化のため，政府資本形成はすべて租税によってまかなわれ，政府の借入れの問題，政府消費の問題は，ひとまずここでは捨象する。vはマクロ的にみた税率で，言葉を換えていえば，国民全体の租税負担率ということができる。

2.8　民間資本形成

$$\dot{K}_p(t)=s(1-v)Y(t) \qquad (2.8)$$

s：課税後所得に対する貯蓄率

2.9　消費関数

$$C(t)=(1-s)(1-v)Y(t) \qquad (2.9)$$

(2.6)～(2.8) 式から，当然のことながら，この (2.9) 式が得られる。

2.10　社会的厚生関数

$$W=\int_0^\infty U(t)e^{-\delta t}dt \qquad (2.10)$$

δ：社会的時間選好率

(2.10) 式は，各期における社会的効用を，社会的時間選好率δで現在価値に換算し，その累積額をもって社会的厚生 W とするということを示している。

2.11　全体システム

以上 (2.1)～(2.10) 式までが，ここに示すモデルの全体である。たださきにも述べたように，(2.6) 式と (2.9) 式とは同じ意味のものであるから，実際には9個の内生変数，つまり，U, Y, Z, C, K_p, K_g, A, L, W を含む9本の連立方程式からなっているということがいえる。そして，s, v, α, n, δ は，それぞれ技術的，制度的あるいは政策的パラメーターである。

ここでモデル全体の因果関係を，ごく簡単に要約しておこう。つまり，社会全体の効用水準は，社会全体の消費水準が高まれば増大するが，一方社会全体の環境汚染量の増大とともにその社会的効用水準は低下する。消費水準は，いうまでもなく所得水準（経済活動水準）の増加関数であるが，環境汚染量もまた経済活動水準の増加関数である。ただ環境汚染量の場合は，経済活動水準の関数であるばかりでなく，同時に公共資本ストックの減少関数でもあるので，もし社会における利用可能資源を民間の資本形成に向けるかわりに，公共の資本形成に振り向けるならば，公共資本ストックの増大を通じて，ある程度環境汚染量の減少に寄与するこ

とができる。ところが，生産関数のところで示されているように，いま技術進歩と労働力増加の問題を考慮の外におけば，ある割合を超えて必要以上に公共資本の形成に資源を振り向けるならば，反面同時に民間資本は稀弱となり，社会全体の生産水準は減少することになる。このことは，消費水準の減退を通じて，社会全体の効用を，この側面に関してのみいえば，より低めるよう作用する。したがって，社会における利用可能資源を，民間部門と公共部門とにいかに振り分けるかは，経済活動水準の決定に関し重要であるばかりでなく，環境汚染量の決定，さらには社会全体の効用水準の決定に，きわめて重要な要因となっている。この関係を分りやすく式で表わせばつぎのようになる。

技術進歩と労働力増加の問題を考慮外とすれば，(2.1)，(2.2)，(2.5)，(2.9) 式から，社会的効用 U は，K_p と K_g の関数として

$$U=U\{cF(K_p, K_g),\ Z[F(K_p, K_g), K_g]\} \tag{2.11}$$

ただし　$c=(1-s)(1-v)$

で示され，これを図に示せば，図2.1のようになる。

ここで曲線ABは生産可能領域に相当し，ある時点について考えてみれば，K_p と K_g との合計は，1国の資源制約からほぼ一定とみられる。一方，社会的効用曲線 U はおそらく図のように原点に対して凸であるから，図2.1の生産可能フロンティアに沿っていえば，K_g は $K_g{}^*$ において社会的効用最大を達成し，その点より大きくとも，あるいは小さくとも，社会全体の効用水準はより低くなる。図2.2はそのことを示している。

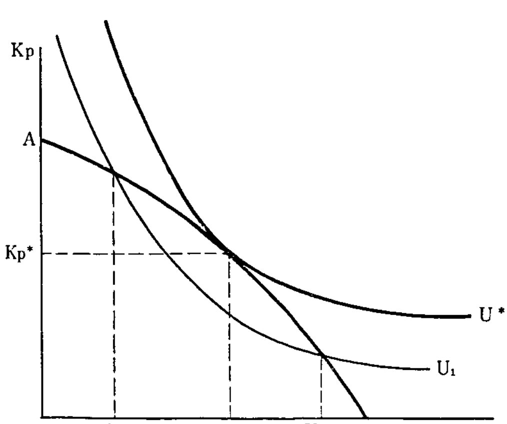

図 2.1

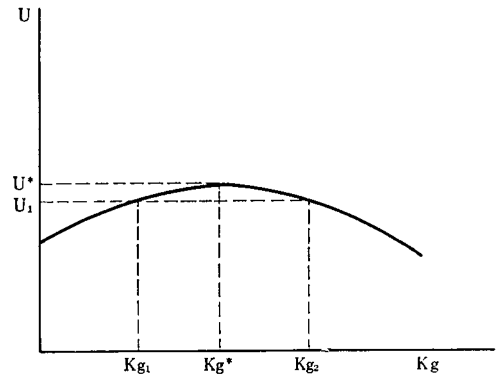

図 2.2

(2.11) 式を K_p と K_g でそれぞれ微分し，

$$\frac{\partial U}{\partial K_p}=cU_cF_p+U_zZ_yF_p \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial U}{\partial K_g}=cU_cF_g+U_z(Z_yF_g+Z_g) \tag{2.13}$$

ただし，　$F_p=\dfrac{\partial F}{\partial K_p},\ F_g=\dfrac{\partial F}{\partial K_g},$

$$Z_y=\frac{\partial Z}{\partial Y},\ Z_g=\frac{\partial Z}{\partial K_g}$$

均衡においては，

$$\frac{\partial U}{\partial K_p{}^*}=\frac{\partial U}{\partial K_g{}^*} \tag{2.14}$$

が成立しているから，

$$cU_c(F_p-F_g)+U_zZ_y(F_p-F_g)-U_zZ_g=0$$

$$(F_p-F_g)(cU_c+U_zZ_y)-U_zZ_g=0$$

$$(F_p-F_g)=\frac{U_zZ_g}{cU_c+U_zZ_y} \tag{2.15}$$

が得られる。すなわち，社会的効用に与える限界効果が，K_p と K_g とで等しくなるためには，(2.15) 式で示されるように，K_p の限界生産力 F_p は K_g の限界生産力 F_g を，(2.15) 式における右辺 $\frac{U_zY_y}{cU_c+U_zZ_y}$ だけ大きくなければならない。このことは，(1) Z の U に与える負の効果 U_z，つまり環境汚染のもつマイナスの限界効用が大きければ大きいほど，(2) K_g の Z に与える負の効果 Z_g，つまり公共資本のもつ環境汚染緩和効果が大きければ大きいほど，また (3) Y の Z に与える正の効果 Z_y，つまり生産活動の環境汚染効果が大きければ大きいほど，その分だけ (F_p-F_g) は大きくなければならないことを物語っている。

3 最適成長パターン

3.1 最適条件

以上述べてきたモデルをもとに，つぎはある種の目的関数，ここでは長期にわたる社会的効用を現在価値に換算し，その累積額を最大にするような経済の成長パターン，つまりその意味での最適成長パターンを明らかにすることにしよう。

まず分析の都合上，生産関数 (2.2) 式を書き替え，ある種の自然成長率で割引いた形にする。ここで生産関数は，1次同次と仮定されているから，

$$F(K_p, K_g, AL)=e^{\gamma t}f(k_p, k_g) \tag{3.1}$$

$$\begin{cases} k_p=K_pe^{-\gamma t} & (3.2) \\ k_g=K_ge^{-\gamma t} & (3.3) \\ \gamma=\alpha+n & (3.4) \end{cases}$$

ここで，人口成長率 n と技術進歩率 α との和を γ とする。

(3.2) 式をで微分して，

$$\dot{k}_p=\dot{K}_pe^{-\gamma t}-\gamma k_p \tag{3.5}$$

したがって，

$$\dot{k}_p=s(1-v)f-\gamma k_p \tag{3.6}$$

一方，(3.3) 式から，

$$\dot{k}_g=\dot{K}_ge^{-\gamma t}-\gamma k_g \tag{3.7}$$

したがって，

$$\dot{k}_g=vf-\gamma k_g \tag{3.8}$$

また，(2.10) 式を変形して，

$$\int_0^\infty e^{-\lambda t}U(c, z)dt \tag{3.9}$$

$$\begin{cases} c=Ce^{-\gamma t} & (3.10) \\ z=Ze^{-\gamma t} & (3.11) \\ \lambda=\delta-\gamma(1-\theta) & (3.12) \end{cases}$$

問題は，(3.6) と (3.8) 式のもとで，(3.9) 式を最大にすることである。そこで Hamiltonian 関数は，

$$H=e^{-\lambda t}U(c, z)+pe^{-\lambda t}[s(1-v)f-\gamma k_p] +qe^{-\lambda t}[vf-\gamma k_g] \tag{3.13}$$

で示され，p, q は補助変数で，それぞれ k_p, k_g の shadow price である。

(3.13) 式において，最大値を得るための必要条件は，Pontryagin の最大原理にしたがって，

$$\dot{p}=p\lambda-\frac{\partial L}{\partial k_p} =p\lambda-[U_c(1-s)(1-v)f_p+U_zZ_yf_p +ps(1-v)f_p-p\gamma+qvf_p] \tag{3.14}$$

$$\dot{q}=q\lambda-\frac{\partial L}{\partial k_g} =q\lambda-[U_c(1-s)(1-v)f_g+U_zZ_yf_g +U_zZ_g+ps(1-v)f_g-q\gamma+qvf_g] \tag{3.15}$$

という関係で得られる。ここで，$L=e^{\lambda t}H$ である。

成長径路が最適であるためには，さらに短期においても，control variable s および v について，Hamiltonian 関数の極大条件が得られて

いなければならない。すなわち，

$$\frac{\partial H}{\partial s}=-U_c(1-v)f+p(1-v)f=0 \tag{3.16}$$

$$p=U_c \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial H}{\partial v}=-U_c(1-s)f-psf+qf=0 \tag{3.18}$$

$$q=U_c(1-s)+ps \tag{3.19}$$

(3.17) および (3.19) 式から，

$$p=q=U_c \tag{3.20}$$

つまり，k_p, k_g の shadow price p および q は，最適条件の下では，ともに限界効用 U_c に等しくなければならない。

3.2 均衡成長径路

さてつぎは，均衡成長径路について考察してみよう。これは，長期における steady state equilibrium の条件を求めることによって得られる。すなわち，

$$\begin{cases} \dot{k}_p=0 \\ \dot{k}_g=0 \\ \dot{p}=0 \\ \dot{q}=0 \end{cases}$$

を同時に満たすことである。

(3.6) 式から，

$$\dot{k}_p=s(1-v)f-\gamma k_p=0 \tag{3.21}$$

$$k_p^*=\frac{s(1-v)f}{\gamma} \tag{3.22}$$

また，(3.7) 式から，

$$\dot{k}_g=vf-\gamma k_g=0 \tag{3.23}$$

$$k_g^*=\frac{vf}{\gamma} \tag{3.24}$$

がそれぞれ得られ，均衡成長径路においては，K_p も K_g も年々同一率 γ で成長し，その値は (3.22) と (3.24) 式で示される。そこでの K_p と K_g との関係は，(3.22) と (3.24) 式から f を消去して，

$$\frac{k_g^*}{k_p^*}=\frac{v}{s(1-v)} \tag{3.25}$$

で示される。また均衡成長径路上での s と v との関係は，

$$s=\frac{v}{(1-v)}\cdot\frac{k_p^*}{k_g^*} \tag{3.26}$$

$$v=\frac{sk_g^*}{k_p^*+sk_g^*} \tag{3.27}$$

となる。(3.22) と (3.24) 式から，v を消去すれば，

$$sf=\gamma(k_p^*+sk_g^*) \tag{3.28}$$

が得られる。

(3.14) 式から，

$$\dot{p}=p(\lambda+\gamma)-ps(1-v)f_p-U_c(1-s)(1-v)f_p-U_zZ_yf_p-qvf_p=0 \tag{3.29}$$

これに (3.19) 式を代入すると，

$$(\lambda+\gamma)p-qf_p-U_zZ_yf_p=0$$

$$p=\frac{(q+U_zZ_y)f_p}{\lambda+\gamma} \tag{3.30}$$

また (3.15) 式から，

$$\dot{q}=q(\lambda+\gamma)-ps(1-v)f_g-U_c(1-s)(1-v)f_g-U_zZ_yf_g-U_zZ_g-gvf_g=0 \tag{3.31}$$

したがって，

$$(\lambda+\gamma)q-qf_g-U_zZ_yf_g-U_zZ_g=0$$

$$q=\frac{(q+U_zZ_y)f_g+U_zZ_g}{\lambda+\gamma} \tag{3.32}$$

(3.20) 式で示されるように，$p=q$ であるから，(3.30) と (3.32) 式より，

$$(q+U_zZ_y)f_p=(q+U_zZ_y)f_g+U_zZ_g$$

$$(f_p-f_g)(q+U_zZ_y)=U_zZ_g$$

$$(f_p-f_g)=\frac{U_zZ_g}{U_c+U_zZ_y} \tag{3.33}$$

このことは，環境汚染がとくに問題となっている経済では，民間資本の限界生産力 f_p と，公共資本の限界生産力 f_g との均等は，決して最

適状態をもたらすのではなく，最適のための条件は，f_p が $\frac{U_zZ_g}{U_c+U_zZ_y}$ 分だけ，f_g より大きくなければならないことを物語っている。この点については，すでに前章で説明した。いうまでもなく，ここで $U_z<0$, $Z_y>0$, $Z_g<0$ であるから，$U_zZ_y<0$, $U_zZ_g>0$ となる。

(3.23) 式から，$vf=\gamma k_g$ を k_g で微分すると，

$$vf_g=\gamma \tag{3.34}$$

$$f_g=\frac{\gamma}{v} \tag{3.35}$$

また (3.21) 式から，$s(1-v)f=\gamma k_p$ を k_p で微分すると，

$$s(1-v)f_p=\gamma \tag{3.36}$$

$$f_p=\frac{\gamma}{s(1-v)} \tag{3.37}$$

(3.35) 式は，租税負担率 v が大きく，1国の利用可能資源を公共資本に振り向ける割合が大きければ大きいほど，公共資本の限界生産力 f_g は小さくなることを意味し，一方 (3.37) 式は民間貯蓄率 s が大きく，民間資本に振り向ける割合が大きければ大きいほど，民間資本の限界生産力 f_p は小さくなることを示している。

(3.33) と (3.35) 式から，

$$f_p-\frac{\gamma}{v}=\frac{U_zZ_g}{U_c+U_zZ_y} \tag{3.38}$$

$$v^*=\frac{\gamma}{f_p-\frac{U_zZ_g}{U_c+U_zZ_y}} \tag{3.39}$$

また，(3.37) と (3.39) 式から，

$$s^*=\frac{\gamma}{\left[1-\frac{\gamma}{f_p-\frac{U_zZ_g}{U_c+U_zZ_y}}\right]f_p} \tag{3.40}$$

が得られる。(3.39) および (3.40) 式は，最適成長路において，政策変数 s と v とがとるべき値を示している。

4 若干の修正

4.1 修正事項

ここでは，前章に展開したモデルについて若干の修正を試みる。たとえば，前述のモデルでは，環境汚染量を単純に経済の活動水準 Y と公共資本ストック K_g との関数とみなして取扱ってきた。しかし現実問題としては，未処理廃棄物，環境破壊の問題など考えてみると，環境汚染概念をストックとフローに分けて考えてみる必要がある。このように考えてくると，前述の環境汚染関係式 (2.5) は，つぎのように書き替えられる。

$$\dot{Z}(t)=Z(Y(t)e^{-\beta t},\ K_g(t))-\pi Z(t) \tag{4.1}$$

つまり，経済の活動水準 Y や公共資本ストック K_g の環境汚染に対する影響は，環境汚染の増分に直接作用し，同時に自然の持つ同化作用によって環境汚染ストックの一定割合 π が年々消滅して行くものと考えることができる。

もう一つは，技術進歩について，環境汚染防止の技術進歩という概念を，モデルの中に陽表的に導入し，Y の Z への影響は，その環境汚染防止の技術進歩率 β 分だけ緩和されるとみる。そこで，さきの技術進歩関数 (2.3) はつぎのように書き改められる。

$$A(t)=A_0e^{(\alpha+\beta)t} \tag{4.2}$$

したがって，(3.4) 式は

$$\gamma=\alpha+\beta+n \tag{4.3}$$

となる。

かくて，この場合の問題は，以下のように定式化される。すなわち，制約式

$$\begin{cases}\dot{K}_p(t)=s(1-v)Y(t) & (4.4)\\ \dot{K}_g(t)=vY(t) & (4.5)\\ \dot{Z}(t)=Z(Y(t)e^{-\beta t},\ K_g(t))-\pi Z(t) & (4.6)\\ Y(t)=F(K_p(t),\ K_g(t),\ A(t)L(t)) & (4.7)\\ C(t)=(1-s)(1-v)Y(t) & (4.8)\end{cases}$$

のもとで，目的関数

$$W=\int_0^\infty U(\tilde{c}(t),\ Z(t))e^{-\delta t}dt \tag{4.9}$$

を最大にすること。ここで $\tilde{c}(t)$ は1人当り消費で，

$$\tilde{c}(t)=\frac{C(t)}{P(t)}$$

$$=\frac{c(t)e^{\gamma t}}{P_0e^{nt}}=\frac{c(t)}{P_0}e^{(\alpha+\beta)t} \tag{4.10}$$

したがってここでは，目的関数 W は「1人当り厚生」という形をとっている。

4.2 最適成長径路

以上のように定式化されたモデルの最適条件は，前回と同様，Hamiltonian 関数

$$H=e^{-\delta t}U(\tilde{c},Z)+p_1e^{-\delta t}[s(1-v)f-\gamma k_p] +p_2e^{-\delta t}[vf-\gamma k_g] +p_3e^{-\delta t}[e^{\gamma t}Z(f\cdot e^{-\beta t},k_g) -\pi Z] \tag{4.11}$$

を導き，これに Pontryagin の最大原理を適用して（ただし $H=e^{-\delta t}L$），

$$\dot{p}_1=p_1\delta-\frac{\partial L}{\partial k_p} =p_1\delta-\Big[U_c(1-s)(1-v)f_p\Big(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\Big) +p_1s(1-v)f_p-p_1\gamma +p_2vf_p+p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_yf_p\Big] \tag{4.12}$$

$$\dot{p}_2=p_2\delta-\frac{\partial L}{\partial k_g} =p_2\delta-\Big[U_c(1-s)(1-v)f_g\Big(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\Big) +p_1s(1-v)f_g+p_2vf_g-p_2\gamma +p_3e^{(\alpha-\beta)t}Z_yf_g+p_3e^{\gamma t}Z_g\Big] \tag{4.13}$$

$$\dot{p}_3=p_3\delta-\frac{\partial L}{\partial Z} =p_3\delta-[U_z-p_3\pi] \tag{4.14}$$

を得る。また短期においても，control variable s と v に関し最適条件を満たしていなければならないので，

$$\frac{\partial L}{\partial s}=-U_c(1-v)f\cdot\Big(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\Big) +p_1(1-v)f=0 \tag{4.15}$$

$$p_1=U_c\Big(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\Big) \tag{4.16}$$

$$\frac{\partial L}{\partial v}=-U_c(1-s)f\Big(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\Big) -p_1sf-p_2f=0 \tag{4.17}$$

$$p_2=U_c(1-s)\Big(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\Big)+p_1s \tag{4.18}$$

(4.16) と (4.18) 式から，

$$p_1=p_2=U_c\Big(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\Big) \tag{4.19}$$

つまり，このモデルのもとでは，p_1 および p_2 が U_c に等しくなることが，最適条件ではなく，技術進歩率 $(\alpha+\beta)$ の分だけ，U_c に比し年々相対的に小さくなることが最適条件となっている。

均衡成長径路においては，以下の条件を満たす。

$$\begin{cases} \dot{k}_p=0 \\ \dot{k}_g=0 \\ \dot{Z}=0 \\ \dot{p}_1=0 \\ \dot{p}_2=0 \\ \dot{p}_3=0 \end{cases}$$

すなわち，

$$\dot{k}_p=s(1-v)f-\gamma k_p=0 \tag{4.20}$$

$$k_p^*=\frac{s(1-v)f}{\gamma} \tag{4.21}$$

$$\dot{k}_g=vf-\gamma k_g=0 \tag{4.22}$$

$$k_g^*=\frac{vf}{\gamma} \tag{4.23}$$

$$\dot{Z}=e^{\gamma t}Z(fe^{-\beta t},\ k_g)-\pi Z=0 \tag{4.24}$$

$$Z^*=\frac{e^{\gamma t}Z(fe^{-\beta t},k_g)}{\pi} \tag{4.25}$$

$$\dot{p}_1=p_1(\delta+\gamma)-\left[U_c(1-s)\left(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\right)+p_1s\right](1-v)f_p-p_2vf-p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_yf_p=0 \qquad (4.26)$$

$$p_1(\delta+\gamma)-p_2f_p-p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_yf_p=0$$

$$p_1=\frac{(p_2+p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_y)f_p}{\delta+\gamma} \qquad (4.27)$$

$$\dot{p}_2=p_2(\delta+\gamma)-\left[U_c(1-s)\left(\frac{e^{(\alpha+\beta)t}}{P_0}\right)+p_1s\right](1-v)f_g-p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_yf_g-p_3e^{\gamma t}Z_g=0 \qquad (4.28)$$

$$p_2(\delta+\gamma)+p_2f_g-p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_yf_g-p_3e^{\gamma t}Z_g=0$$

$$p_2=\frac{(p_2+p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_y)f_g+p_3e^{\gamma t}Z_g}{\delta+\gamma} \qquad (4.29)$$

$$\dot{p}_3=p_3\delta-[U_z-p_3\pi]=0 \qquad (4.30)$$

$$p_3=\frac{U_z}{\delta+\pi} \qquad (4.31)$$

(4. 19), (4. 27) および (4. 29) 式から,

$$(p_2+p_3e^{(\gamma-\beta)t}Z_y)(f_p-f_g)=p_3e^{\gamma t}Z_g \qquad (4.32)$$

(4. 31) と (4. 32) 式から,

$$(f_p-f_g)=\frac{\left(\dfrac{U_zZ_g}{\delta+\pi}\right)e^{\gamma t}}{U_c+\left(\dfrac{U_zZ_y}{\delta+\pi}\right)e^{(\gamma-\beta)t}}=\frac{U_zZ_ge^{\gamma t}}{(\delta+\pi)U_c+U_zZ_ye^{(\gamma-\beta)t}} \qquad (4.33)$$

前述のモデルの結果 (3. 33) では，均衡において，民間資本の限界生産力と公共資本のそれとの格差は時間から独立であったが，今回のモデルでの特徴は，それが時間から独立ではなく，時間とともに増大して行く傾向があること，また自然環境の同化作用が大きければ，f_p と f_g との格差は小さくなることが示される。

む す び

いままで述べてきた論議では，技術進歩が外生的に与えられると仮定してきた。したがって，人口成長と技術進歩によって規定される均衡成長率も，結局外生的に決定されるという結果になった。これはあくまで分析上の便宜のためであって，人口成長はともかくとして，技術進歩を内生的に考える方が，より現実的であるように思われる。技術進歩を内生的に考えるということは，均衡成長率も当然内生的に決定されてくることを意味している。

前章では，環境汚染防止のための技術とその他部分の技術という具合に，技術進歩率を区分して取扱ってきた。これらを内生化して考える場合の一つの方法として，技術はいずれの種類を問わず，そのための投資活動あるいは研究活動が活発であるか否かに依存して決定されるであろうと考えることができる。そこで一つの単純なアプローチとして，つぎのように考えてみる。

$$\alpha=a\cdot\left(\frac{K_p^*}{Y}\right)^{\tau} \qquad (5.1)$$

$$\beta=b\cdot\left(\frac{K_g^*}{Y}\right)^{\tau} \qquad (5.2)$$

ここで，a, b は定数，τ は α および β に対するそれぞれの資本係数の弾力性で，$0<\tau<1$ の値をとるものとする。つまり，生産水準に対して公共資本の比率が高まれば，環境汚染防止のための技術進歩率 β は高まるが，その上昇率は次第に逓減して行くとみる。

(5. 1) と (5. 2) 式は，

$$\alpha=a\cdot\left(\frac{s(1-v)}{\gamma}\right)^{\tau} \qquad (5.3)$$

$$\beta=b\cdot\left(\frac{v}{\gamma}\right)^{\tau} \qquad (5.4)$$

で表わすことも可能であるから，β の増大につれて，α は減少して行く。結局，経済全体としては，α および β が内生化されたもとで，社会的厚生が最大となる点の v と s との値の組合せ

で，最適点が決定されることになる。しかしこのことは，$(\alpha+\beta)$ が最大になることを必らずしも意味しない。いずれにしても，環境問題と技術進歩率との関係は，つぎの段階として当然検討されなければならない重要な課題であろう。

参 考 文 献

（1） K. J. Arrow and M. Kurz; *Public Investment, The Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, 1970.

（2） E. Keeler, M. Spence and R. Zeckhauser; "The Optimal Control of Pollution", *Journal of Economic Theory*, Feb. 1972.

（3） R. C. d'Arge and K. C. Kogiku; "Economic Growth and Environment". *Review of Economic Studies*, Jan. 1973.

（4） K. Shell ed.; *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, 1967.

（5） L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, and E. F. Mishchenko; *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, 1962.

（6） 時子山和彦；「最適成長とバッズ」『一橋論叢』，第 65 巻，第3号.

（にしの　よしひこ・電力経済研究部）