

販売電力量を対象とした構造方程式モデルによる 因果構造分析とシミュレーション分析の適用可能性の検討

加部 哲史

電力中央研究所 社会経済研究所

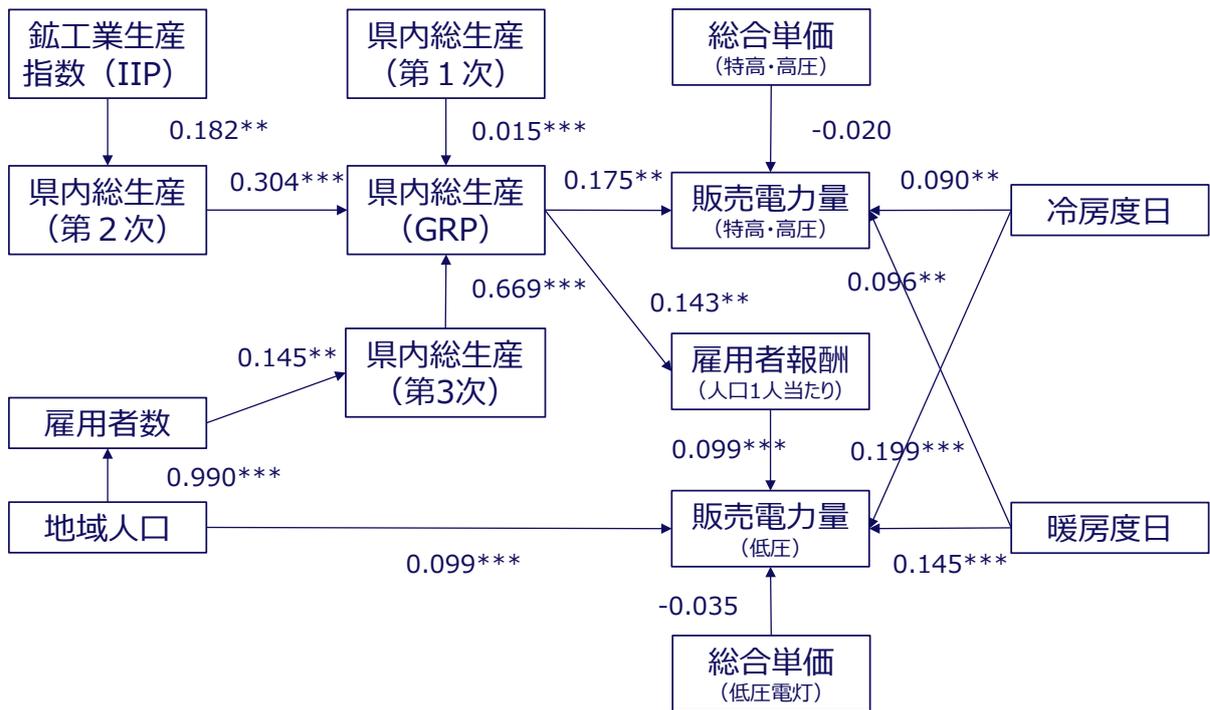
作成日 (2024年11月13日)

要約:

本研究では、国や地方自治体が公表しているオープンデータを活用し、販売電力量に対する因果構造分析を行う。これまでの電力需要分析では、販売電力量とその変動要因の関係性を調べるために、重回帰分析が行われてきた。しかし、従来の方法では、モデルで表現することが難しい複雑な因果構造に基づく仮説をデータから統計的に検証することが困難であった。

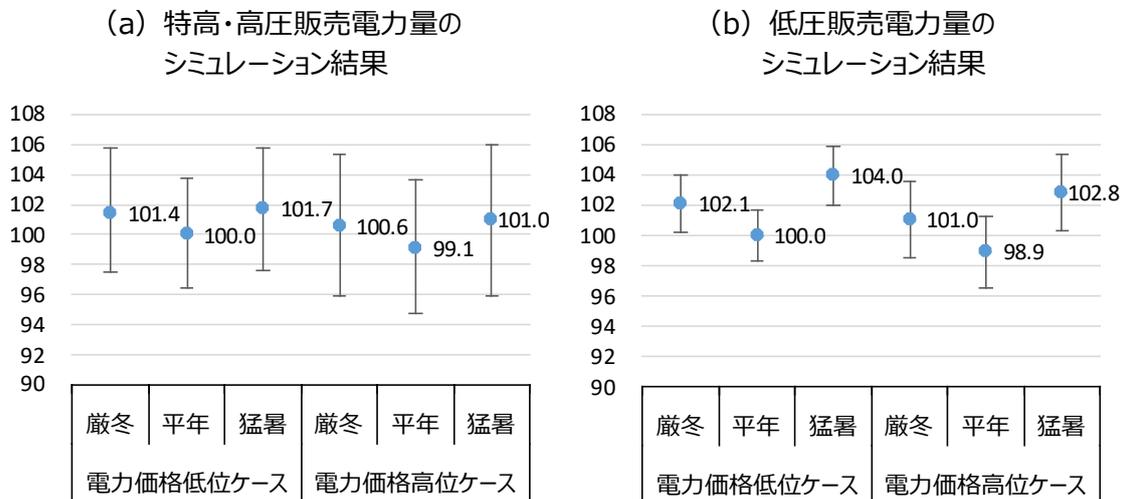
そこで、販売電力量を対象とした因果構造分析を行うために、本研究では、構造方程式モデルを適用し、人口・経済・気温要因と販売電力量の関係性について分析(図1)を行い、電力需要分析への適用可能性について検討した。その結果、同モデルによって人口・経済・気温要因と販売電力量との関係性を、より詳細に直接的効果のみならず、間接的効果まで把握できることを示した。販売電力量とその変動要因に関する仮説の検証結果を確認すると、人口は、販売電力量(低圧)に対して直接的な影響を及ぼすが、地域の経済活動を表す県内総生産にも影響を及ぼす傾向がみられ、販売電力量(特高・高圧)に対しても、間接的に影響を与える可能性が確認された。このことから、人口が減少した場合には、販売電力量(低圧)の減少だけでなく、経済活動の停滞をもたらし、間接的に、販売電力量(特高・高圧)の減少に波及する可能性があることを確認した。さらに、県内総生産と雇用者報酬(所得要因)の間には正の相関がみられ、地域の経済活動が停滞し、需要家の所得が増えない場合、結果として販売電力量(低圧)の減少に繋がる可能性があることも確認した。

次に、推定された構造方程式モデルを用いて、本研究では6つのシナリオについて、都道府県別販売電力量の推計を行い、シミュレーション分析への適用を試みた(図2)。例えば、電力価格高位・猛暑ケースでは、燃料価格の高騰や為替の影響により電力価格が高騰した2022年度における経済変数の値と、猛暑であった2023年度における冷房度日の値を使用して、都道府県別に販売電力量の推計を行った。その結果、電力価格高位ケースの場合、低位ケースと比べ販売電力量の微減傾向がみられ、猛暑ケースと厳冬ケースの場合、平年ケースと比べ増加することを確認した。また、本分析で示した区間予測の結果は、販売電力量の推計値に対する上振れ・下振れリスクと捉えることができ、幅を持たせた予測が可能となる。シミュレーション分析の結果から、低圧販売電力量と比べ、特高・高圧販売電力量の方が95%予測区間の幅が大きくなる傾向が確認された。この推定結果の違いは、分析期間によって変化する可能性もあるが、低圧販売電力量と比べ、特高・高圧販売電力量は、経済要因(県内総生産など)からの影響を受けやすいことから、95%予測区間の幅が大きくなったものと推察される。



注) ***, **は、それぞれ 1%と 5%有意水準において統計的に有意であることを示す。

図1 構造方程式モデルのパス係数と因果グラフ



注) 電力価格低位・気温平年ケースの推定値を 100 とし、点 (青色) は 50%点、エラーバーは 95%予測区間を示す。

図2 都道府県別販売電力量のシミュレーション分析の例

免責事項

本ディスカッションペーパー中、意見にかかる部分は筆者のものであり、電力中央研究所又はその他機関の見解を示すものではない。

目 次

1. はじめに.....	1
2. 構造方程式モデルを用いた因果構造分析とは.....	1
2.1 構造方程式モデルの概要.....	2
2.2 構造方程式モデルと因果グラフ.....	2
3. 構造方程式モデルの設定と推定に用いるデータの概要.....	3
3.1 構造方程式モデルの設定.....	3
3.2 分析データ（都道府県別、2016年度～2020年度）の概要.....	4
4. パス係数の推定結果と販売電力量を対象とした仮説の検証結果.....	6
4.1 モデル選択とパス係数の推定結果.....	6
4.2 構造方程式モデルを用いたシミュレーション分析.....	7
5. まとめと今後の課題.....	10
参考文献.....	11
補論 A 固定効果を含む構造方程式モデルの推定方法.....	11
補論 B 構造方程式モデルの適合度指標.....	13

1. はじめに

近年コロナ禍のパンデミックや国際情勢の変化、自然災害等により、社会の不確実性はますます高まり、電気事業にとっても今後の見通しが立てづらい状況が続いている。現代社会は、時代の変化が激しく（Volatility: 変動性）、将来の予測が難しい（Uncertainty: 不確実性）状況にあり、様々な出来事が複雑に絡み合うことで（Complexity: 複雑性）、それらの因果関係が不明瞭（Ambiguity: 曖昧性）であると考えられる。このような時代のことを、頭文字をとって、VUCA 時代と呼ぶことがある。時代の変化が激しく、予測しづらい VUCA 時代においては、今まで以上に、迅速かつ正確な意思決定が重要となってくる。

不確実性を伴う意思決定において、今までの経験や勘だけでは、正確な現状把握が難しいケースも考えられ、このような場合には、誤った判断を回避するためにも、データに基づいた分析を意思決定に活用することも重要だと考えられる。重回帰分析によって、販売電力量とその変動要因の関係性をデータに基づいて明らかにする電力需要分析もその一つである。

しかし、従来の方法では、モデルで表現することが難しい複雑な因果構造に基づく仮説をデータから統計的に検証することが困難であった。その一方で、本研究で利用する構造方程式モデル（SEM、Structural Equation Model）を用いたパス解析は、従来の重回帰分析では表現できない複雑な現象についても、柔軟にモデルを構築することができ、分析者や意思決定者が持つ仮説の検証を行うことが可能である。

本研究では、国や地方自治体が公表しているオープンデータを活用し、販売電力量に関する構造方程式モデルを構築し、電力需要分

析への適用可能性を検討する。また、構築したモデルは仮説の検証だけでなく、仮説に基づく販売電力量のシミュレーション分析などに活用することも可能であることも示す。

次節では、因果構造の分析に用いる構造方程式モデルの概要について述べる。第3節では、販売電力量に関する仮説の設定と、仮説の検証に用いる分析データについて説明する。第4節では、構造方程式モデルを用いたデータ分析の結果を示し、電力需要分析への適用可能性を検討する。最後に、第5節で本研究のまとめと今後の課題について述べる。

2. 構造方程式モデルを用いた因果構造分析とは

因果構造に関する研究の主な目的は、構造的因果モデル（例：構造方程式モデル）を用いて、因果グラフを推定することにある。因果グラフとは、変数間の因果構造を視覚的に表現したグラフである。例えば、変数 X と変数 Y の間に、中間変数（もしくは共変量） Z が存在し、変数 X と変数 Y に影響を及ぼすとすると、このとき、因果グラフは、変数を矢線で結んだグラフ $X \leftarrow Z \rightarrow Y$ と表現される。

因果構造に関する研究には、分析者や意思決定者が持つ仮説を事前に設定し、分析データから統計的に検証する方法（仮説検証型）と、因果グラフに関する事前情報は与えずに、分析データのみから、探索的に因果グラフを推定する方法（仮説探索型）の2種類がある。前者は、分析者や意思決定者が持つ仮説の真偽を検証するための研究であり、後者は新たな理論や仮説を発見するための研究である（例えば、狩野 2002、宮川 2004、黒木 2017、清水 2017を参照）。本研究では、前者の仮説検証型の因果構造分析を行う。

構造方程式モデルを用いた因果構造の分析

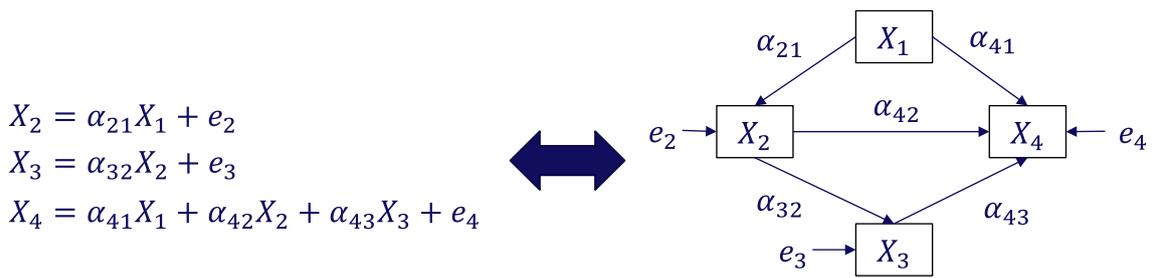


図1 構造方程式モデルの例と因果グラフによる視覚化

では、限られた分析データのみから因果グラフを推定するため、真の因果関係を同定することは、現実的には困難である。また、現実的に、解釈不可能な仮説を設定し、分析を行っても、そこから有益な情報を得ることはできない。つまり、推定された因果グラフは、様々な前提条件のもとで導出された条件付きの結果であり、統計的に有意であっても変数間の因果関係が証明された訳ではない点に留意する必要がある。また、数理モデルの多くは、ある与えられた条件の下で起こりうる現象をうまく近似したものであり、その現象そのものを正確に表現しているわけではない（黒木 2017）。

しかしながら、推定された因果グラフより、変数間の相互依存関係や介入操作による波及効果を視覚的に推測することが可能となり、仮説の妥当性の検証や仮説の修正・提案に資する情報を提供することができる。

2.1 構造方程式モデルの概要

観測変数間の因果関係を連立1次方程式で表現したものを、パス解析もしくは、構造方程式モデルと呼び、1920年代に Wright (1923) によって創始された。パス解析は、心理学では共分散構造分析（豊田 1998）、計量経済学では、同時方程式モデル（国友 2011）とも呼ばれることがある。

構造方程式モデルは、複数の変数間の従属

関係に誤差を付随した連立1次方程式の形で表現される。例えば、確率変数 $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ に対して、以下の様な構造方程式モデルを考える。

$$X_2 = \alpha_{21}X_1 + e_2 \quad (1)$$

$$X_3 = \alpha_{32}X_2 + e_3 \quad (2)$$

$$X_4 = \alpha_{41}X_1 + \alpha_{42}X_2 + \alpha_{43}X_3 + e_4 \quad (3)$$

ここで、各方程式の左辺には「結果となる変数」、右辺には「原因となる変数」が設定され、パス係数 α_{ij} は X_j から X_i への因果の大きさ（影響の大きさ）を表している。また、観測された変数では捉えきれない要因については、誤差変数 $\{e_2, e_3, e_4\}$ として記述する。

2.2 構造方程式モデルと因果グラフ

構造方程式モデルを視覚的に表した因果グラフの例を図1に示す。因果グラフは、構造方程式モデルの左辺にある変数 X_i に対して、右辺にある変数 X_j のパス係数 α_{ij} がゼロでないとき、 X_j から X_i に単方向の矢線（ $X_j \rightarrow X_i$ ）を引く。一つの矢線で隣接した変数（例： $X_1 \rightarrow X_4$ ）の間には、因果構造が想定される。この矢線による効果を直接効果と呼び、パス係数（例： α_{41} ）は、この直接効果の大きさを定量化したものである。また、2つの変数（例： X_1 と X_4 ）の間に、いくつかの変数を介在した因果の連鎖（例： $X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_4$ ）に

よる効果を間接効果と呼び、その効果の大きさは、パス係数の積（例： $\alpha_{42} \alpha_{21}$ ）で表される。一般に、2つの変数間（例： X_1 と X_4 ）の因果の連鎖は複数あり（例： $X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_4$ 、 $X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_3 \rightarrow X_4$ ）、そのときの間接効果はパス係数の積和として表される（例： $\alpha_{42} \alpha_{21} + \alpha_{43} \alpha_{32} \alpha_{21}$ ）。そして、直接効果と間接効果の和を総合効果（=直接効果+間接効果）と呼ぶ。図1より、変数 X_1 と変数 X_4 の間の総合効果は、 $\alpha_{41} + (\alpha_{42} \alpha_{21} + \alpha_{43} \alpha_{32} \alpha_{21})$ と表される。

また、単方向の矢線を受け取っていない変数を外生変数、1本以上の単方向の矢線を受け取っている変数を内生変数と呼ぶ。例えば図1において、外生変数は $\{X_1, e_2, e_3, e_4\}$ 、内生変数は $\{X_2, X_3, X_4\}$ となる。

次に、(1)式から(3)式で表される構造方程式モデルを例に、パス係数の推定方法について概説する。

構造方程式モデルのパス係数 α_{ij} をデータから推定する場合、方程式ごとに重回帰分析を行い、パス係数 α_{ij} を回帰係数として推定する方法が考えられる。この場合、各方程式のパス係数は、方程式ごとに独立に推定されることになる。しかし、内生変数を含む方程式の推定結果は、その他の方程式の推定結果にも影響を与えると考えられることから、各方程式に対して、独立に重回帰分析を適用し、パス係数を推定するよりも、全ての方程式に対して、同時にパス係数を推定する方が望ましいと考えられる。さらに、独立に推定されたパス係数の推定値は、内生性によるバイアスが生じる恐れがあり、各変数の影響（パス係数）を正しく推定できない可能性もある。

そこで、構造方程式モデルのパス係数を正しく推定するために、本研究では、（完全情報）最尤法を用いる（詳細は、森棟1990、豊田1998を参照）。さらに、本研究では、パネ

ルデータへ適用するために、固定効果を含む構造方程式モデルの推定方法についても、提案を行っている。詳細については、補論Aに示す。

3. 構造方程式モデルの設定と推定に用いるデータの概要

3.1 構造方程式モデルの設定

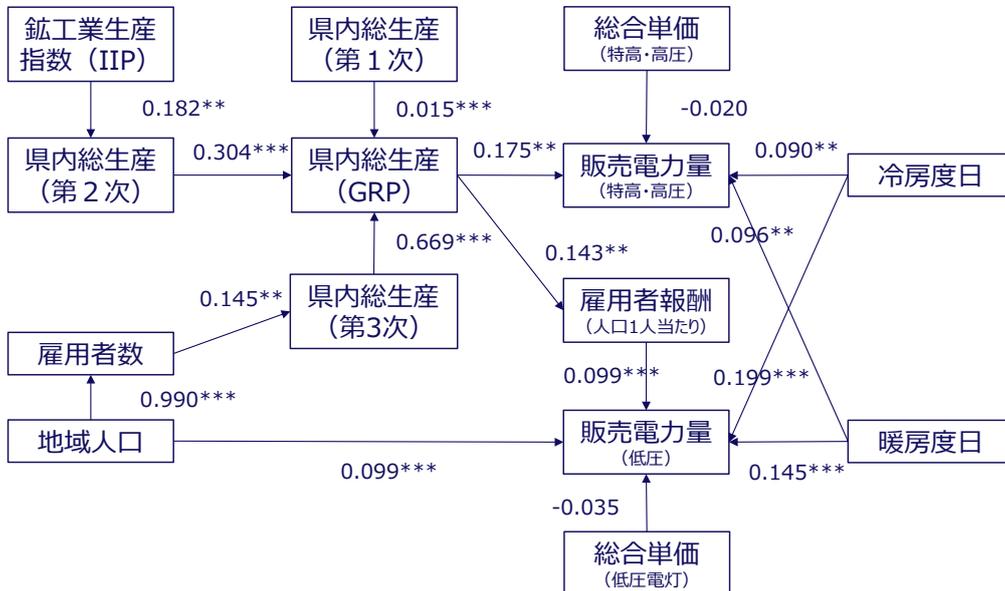
先行研究（Okajima and Okajima 2013、Otsuka 2015、Wang and Mogi 2017）において、産業・業務用電力需要には、生産要因、電力価格、気温要因、家庭用電力需要には、所得要因、電力価格、気温要因を用いて、電力需要の変動を分析している。本研究でも、先行研究に倣い、販売電力量の変動要因を設定している（図2）。さらに、人口の変化によって、販売電力量（低圧）が直接的に変化することが予想されるが、間接的に地域の経済活動にも影響を及ぼす可能性が想定され、販売電力量（特高・高圧）への影響については、先行研究では検証されていない。また、地域の経済活動は販売電力量（特高・高圧）だけでなく、雇用者報酬（所得要因）を通じて、間接的に販売電力量（低圧）にも影響を及ぼす可能性も考えられる。そこで本研究では、先行研究では検証されていない仮説を追加し、人口や地域経済の変化が電力需要に及ぼす効果について、定量的に検証を行う。このように、変数間の直接的な影響のみならず、間接的な影響も把握することで、地域の人口や雇用の影響評価をより詳細に行うことができる。

上記の仮説を検証するために、本研究では、図2に示す因果グラフを設定し、構造方程式モデルを用いてパス係数の推定と統計的仮説検定（t検定）を行い、電力需要分析への適用可能性について検証を行う。

表2 検討を行ったモデル（M1 から M7）におけるパス係数の推定結果と適合度指標の比較

被説明変数	説明変数	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
雇用者数	人口	0.990			0.990	0.990		0.990
県内総生産（第2次産業）	鉱工業生産指数（IIP）		0.182		0.182		0.182	0.182
県内総生産（第3次産業）	雇用者数				0.145			0.145
県内総生産	県内総生産（第1次産業）		0.015		0.015		0.015	0.015
	県内総生産（第2次産業）		0.304		0.304		0.304	0.304
	県内総生産（第3次産業）		0.669		0.669		0.669	0.669
雇用者報酬（人口1人当たり）	県内総生産		0.143		0.143		0.143	0.143
販売電力量（特高・高压）	県内総生産		0.195		0.195		0.175	0.175
	総合単価（特高・高压）		-0.005		-0.005		-0.020	-0.020
	冷房度日			0.099		0.101	0.090	0.090
	暖房度日			0.096		0.089	0.096	0.096
	雇用者数	0.177				0.161		
	雇用者報酬（人口1人当たり）		0.015		0.090		0.040	0.099
	総合単価（低压電灯）		-0.022		-0.036		-0.025	-0.035
販売電力量（低压）	冷房度日			0.196		0.190	0.198	0.199
	暖房度日			0.147		0.139	0.147	0.145
	人口	0.686			0.090	0.594		0.099
	地域人口							
カイ2乗統計量		1041	511	1040	407	908	385	278
RMSEA (Root Mean Square Error of Approximation)		0.25	0.18	0.25	0.16	0.24	0.16	0.13
CFI (Comparative Fit Index)		0.11	0.59	0.11	0.68	0.23	0.70	0.80
TLI (Tucker-Lewis Index)		0.07	0.53	0.06	0.62	0.14	0.63	0.74
SRMR (Standardized Root Mean square Residual)		0.15	0.13	0.15	0.12	0.14	0.11	0.09
AIC (Akaike's Information Criterion)		13288	12769	13289	12670	13163	12651	12549
BIC (Bayesian Information Criterion)		13322	12774	13327	12732	13211	12721	12625

注) 太字は、5%有意水準において統計的に有意であることを示す。



注) **、***は、それぞれ 5%と 1%有意水準において統計的に有意であることを示す。

図3 提案モデル（モデル7）のパス係数と因果グラフ

販売電力量を用いる。販売電力量には、特定供給や自家消費分を含んでいない点に留意が必要である。

次に、人口要因が販売電力量に及ぼす影響を分析するために、人口推計（都道府県別、総人口、総務省統計局）で公表されている都

道府県別の人口を用いる。さらに、「県民経済計算（内閣府）」から県民雇用者数のデータを用いる。県民雇用者数は、就労地を問わず県内に居住する雇用者の数を指す。

経済要因が販売電力量に及ぼす影響を分析するために、「県民経済計算（内閣府）」で公表されている県内総生産（GRP）を用いる。県内総生産は、産出額から中間投入を控除した付加価値の総額である。中間投入には、生産活動に要した原材料費、燃料費、サービス経費等が含まれる。また、需要家の所得が販売電力量に及ぼす影響について分析を行うため、本研究では「県民経済計算（内閣府）」で公表されている県民雇用者報酬を人口で除したものをを用いる。県民雇用者報酬は、生産活動から発生した付加価値のうち、県内に居住地を有する雇用者への分配額を指す。分析には、消費者物価指数（県庁所在地別）を使って、県民雇用者報酬を実質化したものをを用いている。さらに、電気料金が販売電力量へ及ぼす影響についても分析を行うため、本研究では、先行研究と同様に、電気料金の代替変数として、総合単価（販売金額を販売電力量で除したもの）を用いる。販売金額と販売電力量は、「電力・ガス取引監視等委員会」で公表されているものをを用いる。また、特高・高圧販売電力量に関しては、総合単価（特高・高圧）を国内企業物価指数で除したものの、低圧販売電力量に関しては、総合単価（低圧電灯）を消費者物価指数で除したものを利用している。

最後に、気温による販売電力量への影響を調べるために、県庁所在地別の日平均気温（気象庁）から冷房度日と暖房度日を計算し、分析に用いる。冷房度日は、日平均気温が24℃より高い日に対して、（日平均気温－22℃）を積算したもの、暖房度日は、日平均気温が14℃より低い日に対して、（14℃－日

平均気温）を積算したものである（EDMC エネルギー・経済統計要覧2022年版と同様の計算方法）。

4. パス係数の推定結果と販売電力量を対象とした仮説の検証結果

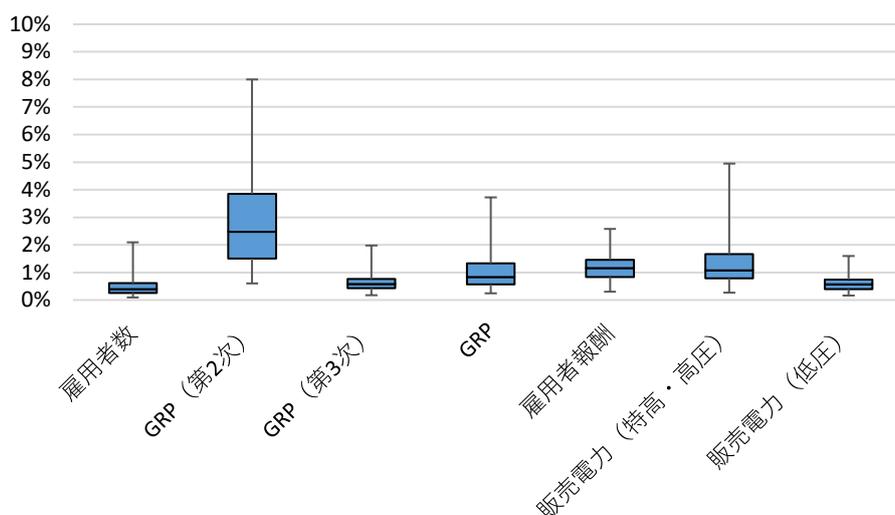
4.1 モデル選択とパス係数の推定結果

はじめに、表2において、本研究で推定を行った構造方程式モデルの適合度指標を示す（適合度指標の詳細については補論Bを参照）。表2のモデル7（M7）は、図2に示した因果グラフ（提案モデル）に該当する。

構造方程式モデルでは、仮説の設定を変えた複数のモデルを推定し、分析データへの適合度を比較することができる。本研究では、人口・経済・気温に関する仮説の組み合わせを変えた複数のモデルを設定し、提案モデルの妥当性を検証している。

表2より、カイ2乗統計量は、提案モデル（モデル7）が最小となっているものの、帰無仮説（ H_0 :モデルがデータに適合している）が棄却される。しかし、分析に用いるサンプルサイズが多くなる程、帰無仮説が棄却されやすいことが知られていることから、本研究では、カイ2乗統計量以外の適合度指標による比較も行う（豊田1998）。

表2より、RMSEAの値を比較すると、提案モデル（モデル7）が最小となっている。また、CFIとTLIの値をみると提案モデル（モデル7）が最大、SRMRの値では最小となり、他のモデルと比べてデータに適合していることが分かる。さらに、情報量規準（AICとBIC）では提案モデル（モデル7）が最小となり、7つのモデルの中で、最良なモデルとして選択されている。適合度指標の結果より、人口・経済・気温要因をすべて加えた提案モデル（モデル7）が、他のモデル



注) 図中のエラーバーは、平均絶対誤差率の最大値と最小値を表す。

図4 構造方程式モデルによって推定した内生変数の平均絶対誤差率 (2016年度～2020年度、47都道府県)

と比べて、分析データをうまく表現できていると考えられる。

次に、推定されたパス係数について確認する。図3において、パス係数の推定値と因果グラフを示す。図3より、総合単価（特高・高圧、低圧電灯）以外のパス係数は、1%もしくは5%有意水準において統計的有意となり、パス係数の符号は正である。人口は、販売電力量（低圧）だけでなく、地域の経済活動を表す県内総生産（GRP）にも正の影響を持ち、間接的に、販売電力量（特高・高圧）にも影響を与える可能性が示唆される。さらに、県内総生産（GRP）と雇用者報酬（所得要因）の間では正の相関がみられ、地域の経済活動が需要家の所得に影響し、結果として販売電力量（低圧）にも影響を与える可能性が示唆される。このように、従来、電力需要分析で用いられてきた重回帰分析では検証不可能な仮説について、構造方程式モデルを適用することで統計的仮説検定を実施することが可能である。

4.2 構造方程式モデルを用いたシミュレーション分析

図3より提案モデルでは、人口、鉱工業生産指数（IIP）、県内総生産（第1次産業）、総合単価（物価指数で除したもの）、冷・暖房度日が外生変数となり、それ以外の変数は、推定された方程式（モデル）によって、内生的に決まる（内生変数）。図4は、外生変数に実績値を与え、内生変数を都道府県別に推計した場合の平均絶対誤差率を示している。構造方程式モデルでは、表2に示したモデル全体の適合度以外にも、全ての内生変数の適合度についても比較することが可能である。

次に、推定された構造方程式モデルを用いた都道府県別販売電力量のシミュレーション分析の例を示す。本研究では、表3に示した6つのシナリオを設定し、シミュレーションを行う。人口要因として、都道府県別人口には、人口推計（総務省統計局）で公表されている2020年値（出生中位、死亡中位ケース）を用いる。さらに、経済要因として、燃料価

表3 シミュレーション分析で用いるシナリオ

シナリオ	経済（電力価格）	気温（冷房度日）	気温（暖房度日）
1	低位（2016年度値）	平年（16-23年度平均値）	厳冬（2017年度値）
2		平年（16-23年度平均値）	平年（16-23年度平均値）
3		猛暑（2023年度値）	平年（16-23年度平均値）
4	高位（2022年度値）	平年（16-23年度平均値）	厳冬（2017年度値）
5		平年（16-23年度平均値）	平年（16-23年度平均値）
6		猛暑（2023年度値）	平年（16-23年度平均値）

注) コロナ禍を除いて2016年度～2023年度で総合単価が全国的に低水準であった2016年度を電力価格低位ケースとしている。

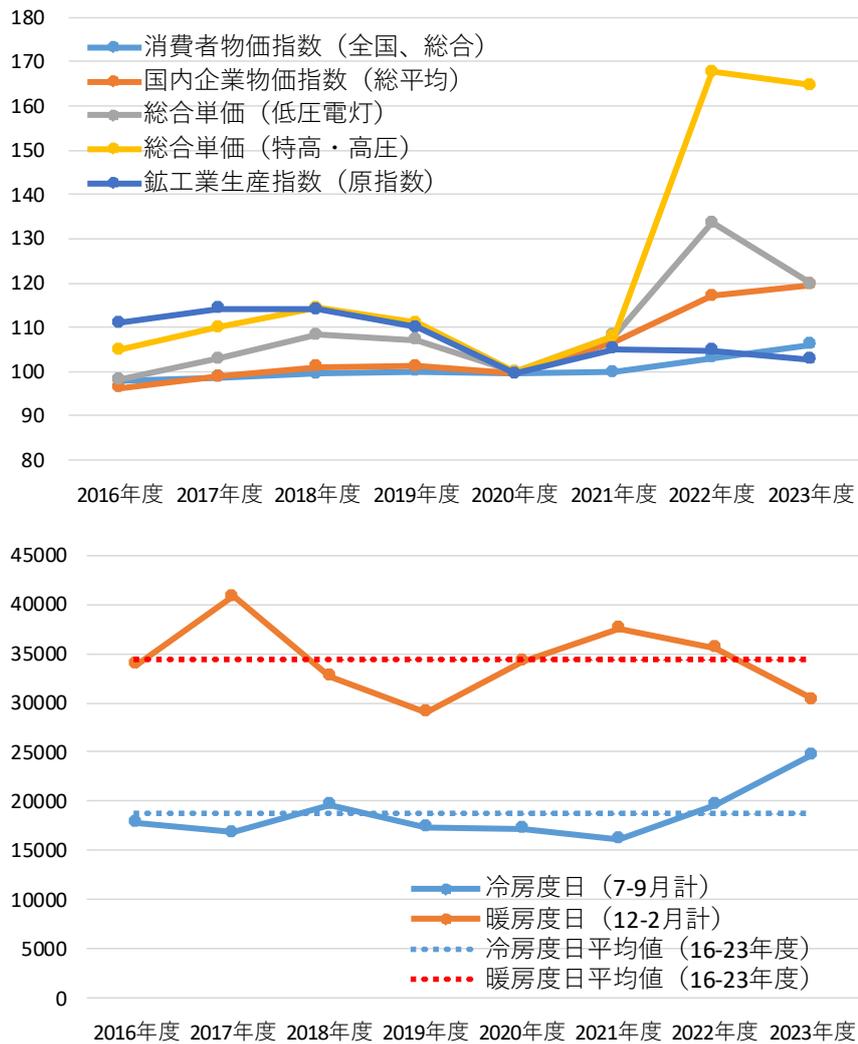
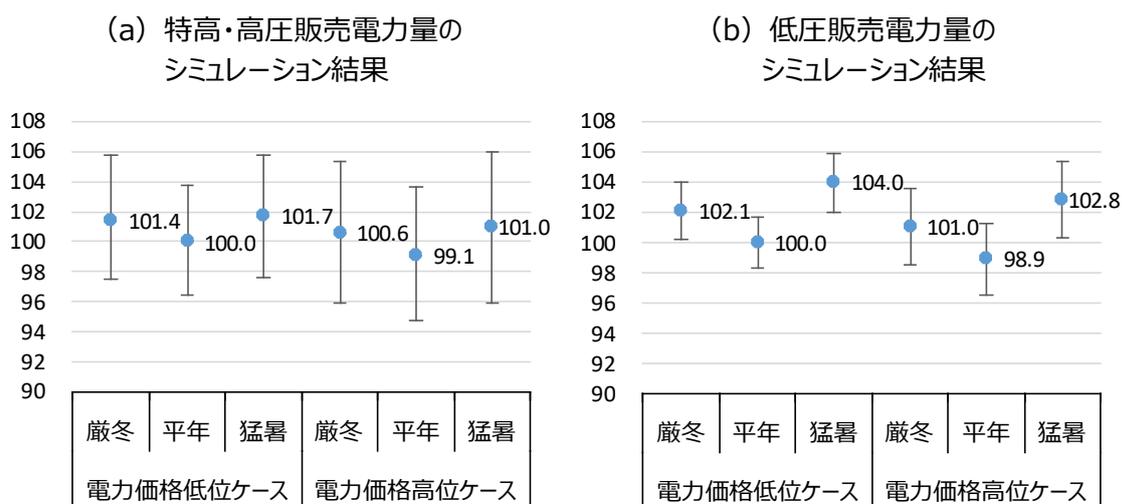


図5 物価指数（CPI、CGPI）・総合単価・鋁工業生産指数（2020年=100）の推移と冷・暖房度日の推移（全国計、2016年度～2023年度）

格の高騰や為替の影響により、電力価格が高騰した2022年度の地域別総合単価を電力価格高位ケース、コロナ禍を除いて、2016年度～2023年度で全国的に低水準であった2016年

度を低位ケースとしている（図5）。さらに、鋁工業生産指数の値は、電力価格と同年度の値を採用し、県内総生産（第1次産業）は、



注) 電力価格低位・気温平年並みケースの推定値を 100 とし、点 (青色) は 50%点、エラーバーは 95%予測区間を示す。

図 6 都道府県別販売電力量のシミュレーション分析の例

その他の産業と比べて非常に小さいことから、2020 年度の値をそのまま利用している。最後に、気温要因を表す冷・暖房度日は、猛暑ケースでは、統計開始以降、日本の観測史上最も暑い夏であった 2023 年度の冷房度日 (都道府県別) を用い、猛暑ケースの暖房度日は、2016 年度～2023 年度の都道府県別平均値 (平年並み) を採用する。また、厳冬ケースでは、暖房度日は大雪が降った 2017 年度の暖房度日を用い、冷房度日は 2016 年度～2023 年度の平均値 (平年並み) を採用する。

図 6 において、上記のシナリオを設定した場合の例として、特高・高圧販売電力量および低圧販売電力量が最も多い都道府県の結果を示す。本研究では、販売電力量の推計値 (点予測) だけでなく、不確実性を考慮するために、95% 予測区間 (95% Prediction Interval) についてもパラメトリックブートストラップ法を用いて計算し、区間予測も行っている。

本分析で示した区間予測の結果は、販売電力量の推計値に対する上振れ・下振れリスクと捉えることができ、幅を持たせた予測が可

能となる。シミュレーション分析の結果から、低圧販売電力量と比べ、特高・高圧販売電力量の方が 95%予測区間の幅が大きくなる傾向が確認された。この推定結果の違いは、分析期間によって変化する可能性もあるが、低圧販売電力量と比べ、特高・高圧販売電力量は、経済要因 (県内総生産など) からの影響を受けやすいことから、95%予測区間の幅が大きくなったものと推察される。

本研究で行ったパラメトリックブートストラップ法では、はじめに、パス係数と誤差分散の推定結果を利用して、正規乱数を生成し、構造方程式モデルから内生変数のブートストラップ標本を 1,000 セット生成する。次に、これらのブートストラップ標本を用いて、パス係数と誤差分散を、再度、1,000 セット推定を行う。最後に、ブートストラップ標本から再推定されたパス係数と誤差分散の推定値を使って、内生変数の予測値を 1,000 セット生成し、この結果を基に、予測値の 2.5%点、50%点、97.5%点の推定を行っている。

5. まとめと今後の課題

本研究では、販売電力量に対する構造方程式モデルの適用可能性について検証を行い、同モデルによって人口・経済・気温要因と販売電力量との関係性を、より詳細に直接的効果のみならず、間接的効果まで把握できることを示した。

販売電力量とその変動要因に関する仮説の検証結果（図 3）を確認すると、人口は、販売電力量（低圧）に対して直接的な影響を及ぼすが、地域の経済活動を表す県内総生産にも影響を及ぼす傾向がみられ、販売電力量（特高・高圧）に対しても、間接的に影響を与える可能性が確認された。このことから、人口が減少した場合には、販売電力量（低圧）の減少だけでなく、経済活動の停滞をもたらし、間接的に、販売電力量（特高・高圧）の減少に波及する可能性があることを確認した。さらに、県内総生産（GRP）と雇用者報酬（所得要因）の間では正の相関がみられ、地域の経済活動が停滞し、需要家の所得が増えない場合、結果として販売電力量（低圧）の減少に繋がる可能性があることも確認した。

ただし、本研究で推定された因果グラフは、無数にある仮説の中から、現象の一部を表現したものに過ぎない。本分析では考慮していないデータを加えることで、新たな仮説を検証することも可能である。また、構造方程式モデルを用いて、因果構造の分析を行う上で、以下の点に留意する必要がある。例えば、構造方程式モデルに加える変数の数を増やせば、より複雑な因果グラフが推定できるかもしれない。しかし、変数間の因果構造が分かりづらくなり、分析対象の因果構造を解釈することが困難となる恐れがある。さらに、パス係数の数が増えると、解が一意に求まらず、そのモデルは識別できなくなる点（識別問題）

にも留意しなければならない。

参考文献

- [1] EDMC エネルギー・経済統計要覧 (2022)、日本エネルギー経済研究所 計算分析ユニット
- [2] 狩野裕 (2002)、構造方程式モデリング、因果推論、そして非正規性、「多変量解析の展開－隠れた構造と因果を推理する」、甘利俊一、狩野裕、佐藤俊哉、松山裕、竹内啓、石黒真木夫、統計科学のフロンティア 5、岩波書店
- [3] 国友直人 (2011) 構造方程式モデルと計量経済学、朝倉書店
- [4] 黒木学 (2017) 構造的因果モデルの基礎、共立出版
- [5] 清水昌平 (2017) 統計的因果探索、機械学習プロフェッショナルシリーズ、講談社
- [6] 豊田秀樹 (1998) 統計ライブラリー 共分散構造分析<入門編>－構造方程式モデリング、朝倉書店
- [7] 豊田秀樹 (2014) 共分散構造分析 [R 編]－構造方程式モデリング－、東京図書
- [8] 宮川雅巳 (2004) シリーズ<予測と発見の科学> 1 統計的因果推論－回帰分析の新しい枠組み－、朝倉書店
- [9] 森棟公夫 (1990) 同時方程式モデルにおける全システム推定量について、経済研究 (特集 計量経済学の方法と応用) Vol.41、No.3.
- [10] Akaike, H. (1987). Factor analysis and AIC. In Selected papers of hirotugu akaike (pp. 371-386). Springer, New York, NY.
- [11] Baltagi, B. H. (2013). Econometric analysis of panel data (5th ed). Chichester: Wiley.
- [12] Bentler, P. M. (1990). Comparative fit indexes in structural models. Psychological bulletin, 107(2), 238.
- [13] Hu, L. T., & Bentler, P. M. (1998). Fit indices in covariance structure modeling: Sensitivity to underparameterized model misspecification. Psychological methods, 3(4), 424.
- [14] Okajima, S., & Okajima, H. (2013). Estimation of Japanese price elasticities of residential electricity demand, 1990–2007. Energy Economics, 40, 433-440.
- [15] Otsuka, A. (2015). Demand for industrial and commercial electricity: evidence from Japan. Journal of Economic Structures, 4(1), 1-11.
- [16] Wang, N., & Mogi, G. (2017). Industrial and residential electricity demand dynamics in Japan: How did price and income elasticities evolve from 1989 to 2014 ?. Energy Policy, 106, 233-243.
- [17] Wright, S. (1923). The theory of path coefficients a reply to Niles's criticism. Genetics, 8(3), 239.

補論 A 固定効果を含む構造方程式モデルの推定方法

構造方程式モデルの推定に使用するデータは、47都道府県×5年分から成るパネルデータである。いま、地点*s*に於いて時点*t*に観測された*i*番目の変数を x_{ist} と表記し、平均0になるように基準化しているものとする。さらに、分析に使用した変数だけでは捉えることができない地域間差異を μ_{is} 、時間変化を λ_{it} 、誤差項を e_{ist} と表記する。このとき、構造方程式モデルに含まれる各方程式は、以下の様に表される。

$$x_{ist} = \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} x_{jst} + \mu_{is} + \lambda_{it} + e_{ist} \quad (\text{A.1})$$

ここで、 μ_{is} と λ_{it} は固定効果と呼ばれ、観測データから推定されるパラメータである。さらに、2つの固定効果の平均値は0であると仮定する。つまり、

$$\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \mu_{is} = 0$$

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \lambda_{it} = 0$$

ただし、数多くの固定効果を同時に推定することは困難であることから、以下の様な変数変換を考える (Baltagi 2013)。

$$\bar{x}_{is*} = \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} \bar{x}_{js*} + \mu_{is} + 0 + \bar{e}_{is*} \quad (\text{A.2})$$

$$\bar{x}_{i*t} = \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} \bar{x}_{j*t} + 0 + \lambda_{it} + \bar{e}_{i*t} \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{x}_{i**} = \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} \bar{x}_{j**} + 0 + 0 + \bar{e}_{i**} \quad (\text{A.4})$$

上記の (A.2) 式は時点 t について、(A.3) 式は地点 s について、(A.4) 式は地点 s と時点 t について、それぞれ平均値を取ったものである。(A.1) 式から (A.4) 式の結果をもとに、パス係数 α_{ij} は、固定効果を取り除いた以下のモデルから推定することが可能である。

$$\begin{aligned} x_{ist} - \bar{x}_{is*} - \bar{x}_{i*t} - \bar{x}_{i**} \\ = \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} (x_{jst} - \bar{x}_{js*} - \bar{x}_{j*t} - \bar{x}_{j**}) \\ + (e_{ist} - \bar{e}_{is*} - \bar{e}_{i*t} - \bar{e}_{i**}) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

さらに、固定効果 μ_{is} と λ_{it} は、推定されたパス係数を基に、以下の様に求めることができる。

$$\begin{aligned} \mu_{is} &= (\bar{x}_{is*} - \bar{x}_{i**}) - \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} (\bar{x}_{js*} - \bar{x}_{j**}) \\ \lambda_{it} &= (\bar{x}_{i*t} - \bar{x}_{i**}) - \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} (\bar{x}_{j*t} - \bar{x}_{j**}) \end{aligned}$$

また、パス係数の推定に用いる分析データは、2016年度～2020年度であるが、販売電力量は2023年度までの実績値が利用可能であるため、販売電力量のみ2020年度以降の固定効果についても再推定を行い、シミュレーション分析を行うことが可能である。

本研究では、パス係数 α_{ij} を分析データから推定するために、最尤法を用いる。最尤法は、確率変数のベクトルが特定の分布に従うと仮定し、指定したモデルの下で、手元にあるデータが出現する確率（尤度）が最大となるように、パラメータの推定値を決定する方法である。

はじめに、最尤法による構造方程式モデルの推定方法を説明するために、構造方程式モデルの行列表記を以下の様に表す。

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{e} \quad (\text{A.6})$$

ここで、変数の数を K とし、確率変数ベクトルは \mathbf{X} ($K \times 1$)、パス係数を要素とする係数行列は \mathbf{A} ($K \times K$)、誤差ベクトルは \mathbf{e} ($K \times 1$) とする。さらに、確率変数のベクトル \mathbf{X} の分散共分散行列 Σ を $\Sigma = E[\mathbf{X}\mathbf{X}']$ と定義する。また、(A.6) 式より、ベクトル \mathbf{X} は以下の様に書き表すことができる。

$$\mathbf{X} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{e} = \mathbf{T}\mathbf{e}$$

したがって、ベクトル \mathbf{X} の分散共分散行列 $\Sigma = E[\mathbf{X}\mathbf{X}']$ は、

$$\Sigma(\theta) = E[\mathbf{X}\mathbf{X}'] = \mathbf{T}E[\mathbf{e}\mathbf{e}']\mathbf{T}' = \mathbf{T}\Sigma_e\mathbf{T}'$$

となり、構造方程式モデルを規定するパラメータ θ の関数として表すことができる。

本研究では、最尤法を用いるため、ベクトル \mathbf{X} が多変量正規分布 $\mathbf{X} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma(\theta))$ に従うと仮定する。そして、下記の対数尤度関数を最大化するパラメータ θ を分析データ（サンプルサイズ N =地域数 S ×期間 T ）から推定する。

$$\hat{\theta} = \underset{\theta \in \Theta}{\operatorname{argmax}} \log f(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N | \theta)$$

ここで、対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \log f(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N | \theta) \\ = -\frac{N}{2} [\operatorname{tr}(\Sigma(\theta)^{-1} \mathbf{V}) - \log |\Sigma(\theta)^{-1}|] \\ + (\text{パラメータ } \theta \text{ を含まない項}) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

で表される。また、行列 \mathbf{V} は分析データ \mathbf{X}_i ($i = 1, \dots, N$) の標本分散共分散行列を表す。

$$\mathbf{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i'$$

構造方程式モデルにおける最尤法は、パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ によってモデル化された分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$ を、分析データの標本分散共分散行列 \mathbf{V} に近づくように、パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の推定値 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ を決めることと同値である。

補論 B 構造方程式モデルの適合度指標

推定された構造方程式モデルと分析データが、どの程度適合しているのか調べるために、本節では、構造方程式モデルで用いられる適合度指標について概説する（豊田 1998、2014、Hu and Bentler 1998）。

飽和モデルに基づく適合度指標

本研究では、構造方程式モデルのパラメータを最尤法によって推定を行う。そのため、モデルと分析データとの適合度を表す指標として、各モデルの対数尤度を使って評価することができる。

はじめに、(A.7) 式で表される対数尤度関数のパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ に依存する項を l_M として以下の様に定義する。

$$l_M = \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\theta}})^{-1} \mathbf{V}) - \log |\boldsymbol{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\theta}})^{-1}| \quad (\text{B.1})$$

また、分析データを完全に再現できる構造方程式モデル（飽和モデル）について、(B.1) 式に $\boldsymbol{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{V}$ を代入し、 l_T を以下の様に定義する。

$$l_T = \text{tr}(\mathbf{V}^{-1} \mathbf{V}) - \log |\mathbf{V}^{-1}| = K + \log |\mathbf{V}|$$

ここで、飽和モデルとは、モデル化された分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ が分析データの標本分散共分散 \mathbf{V} と完全に一致するモデルを指す。

このとき、 l_M と l_T の差 $f_M (= l_M - l_T)$ について統計的仮説検定（カイ2乗検定）を行うことで、推定モデルと飽和モデルの適合度の差を評価することができる。分析データのサンプルサイズを N 、変数の数を K とするとき、検定統計量 $\chi^2 = (N-1)f_M$ は、自由度 $df_M = \frac{1}{2}K(K+1) - \dim(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ のカイ2乗分布に従うことが知られている¹⁾。

次に、推定モデルと飽和モデルの対数尤度の差がカイ2乗分布に従うことを利用して、RMSEA（Root Mean Square Error of Approximation）という以下のような適合度指標も利用されている。

$$\text{RMSEA} = \sqrt{\max\left(\frac{\chi^2 - df_M}{df_M(N-1)}, 0\right)}$$

RMSEA は、カイ 2 乗統計量 χ^2 とその期待値（=自由度） df_M との差を自由度とサンプルサイズで基準化したものである。RMSEA は、モデルの複雑さ（自由度）と分析データのサンプルサイズを考慮して、2 つのモデルの対数尤度の差を評価しており、RMSEA の値が小さいモデル程、分析データに適合していることになる。

独立モデルに基づく適合度指標

前節では、飽和モデルに着目して、分析データとの適合度指標について説明を行った。本節では、最も適合度の悪いモデル（独立モデル）との対数尤度の差に着目した適合度指標について概説する（Bentler 1990）。

¹⁾ ソフトウェアによって、カイ 2 乗統計量 χ^2 をサンプルサイズ N ではなく、 $N-1$ で計算されることがある。

独立モデル（帰無モデル、ベースラインモデルとも呼ばれる）とは、全ての変数間に一切のパスを引かず、各変数に相関がなく、完全に独立であると仮定したモデルを指す。つまり、モデル化された分散共分散行列 $\Sigma(\theta)$ が、標本分散行列 V の対角要素（分散のみ）と一致するケースを指す。（B.1）式に $\Sigma(\hat{\theta}) = \text{diag}(V)$ を代入することで、独立モデルに対して、 l_B を以下の様に定義する。

$$l_B = \text{tr}(\text{diag}(V)^{-1}V) - \log|\text{diag}(V)^{-1}|$$

このとき、独立モデルと飽和モデルの適合度の差を $f_B (= l_B - l_T)$ と定義すると、独立モデルに対するカイ2乗統計量 $(N-1)f_B$ は、自由度 $df_B = \frac{1}{2}K(K-1)$ のカイ2乗分布に従う。このとき、独立モデルを用いた適合度指標である CFI（Comparative Fit Index）は、以下の様に定義される。

$$\text{CFI} = 1 - \frac{\max(T_M, 0)}{\max(T_M, T_B, 0)}$$

ここで、

$$\begin{aligned} T_M &= (N-1)f_M - df_M \\ T_B &= (N-1)f_B - df_B \end{aligned}$$

を表している。 T_M は飽和モデルと推定モデルとの距離、 T_B は飽和モデルと独立モデルとの距離と考えられる。分析データから推定したモデルが飽和モデルに近づくとき、CFIは1に近づき、推定モデルが独立モデルに近づくとき、CFIは0に近づき、つまり、CFIは0から1の間をとり、1に近づくにつれ、分析データへの当てはまりが良くなると言える。

次に、CFIと同様な考え方に基づく適合度指標として、以下で表される TLI（Tucker-

Lewis Index）について説明する。TLIはCFIとは異なり、0から1の範囲に収まる保証はなく、TLIの値が大きい程、分析データへの当てはまりが良いことになる。

$$\text{TLI} = \frac{(N-1)f_B/df_B - (N-1)f_M/df_M}{(N-1)f_B/df_B - 1}$$

モデルの推定精度に基づく適合度

本節では、分析データと推定モデルによる予測値とのズレに着目した適合度指標について説明する。ただし、構造方程式モデルでは、データとして得られた変数の値ではなく、変数間の分散共分散行列に対する分析であるため、推定精度も分散と共分散の値に対して考えることになる。

はじめに、構造方程式モデルによってモデル化された分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ に含まれる要素を $\hat{\sigma}_{ij}$ 、分析データの標本分散共分散行列 V に含まれる要素を v_{ij} とし、相関行列の要素 $r_{ij} = v_{ij}/(v_{ii}v_{jj})$ と表記する。このとき、モデルの推定精度に基づく適合度指標である SRMR（Standardized Root Mean square Residual）は、以下の様に定義される。

$$\text{SRMR} = \sqrt{\frac{2}{K(K+1)} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^i \left(r_{ij} - \frac{\hat{\sigma}_{ij}}{v_{ii}v_{jj}} \right)^2}$$

上記のSRMRの値が小さい程、予測値（ $\hat{\sigma}_{ij}$ ）と実績値（ v_{ij} ）とのズレが小さくなり、分析データへの当てはまりが良いと言える。

情報量規準に基づく適合度指標

これまでの適合度指標は、構造方程式モデルのために開発された評価基準である。それに対して、広く一般的な統計モデルを評価するための適合度指標の一つである、情報量規

準を構造方程式モデルに適用することがある (Akaike 1987、豊田 1998)。

本節では、情報量規準の中で広く使われている赤池情報量規準 (AIC、Akaike's Information Criterion) とベイズ情報量規準 (BIC、Bayesian Information Criterion) について概説する。いま、複数の構造方程式モデルから、分析データをうまく説明できる最良なモデルを一つ選択したいとする。このとき、全てのモデルについて情報量規準を計算し、その値が最小となるモデルを最良のモデルとして選択する。情報量規準を用いたモデル選択では、同程度の適合であれば、変数が少ないモデルが選ばれやすくなる。

構造方程式モデルで使われる情報量規準は、推定モデルと飽和モデルの情報量規準の差として計算される。推定モデルの情報量規準を $\{AIC_M, BIC_M\}$ 、飽和モデルの情報量規準を $\{AIC_T, BIC_T\}$ と表記するとき、構造方程式モデルの情報量規準 $\{AIC, BIC\}$ は、以下の様に定義される。

$$\begin{aligned} AIC &= AIC_M - AIC_T \\ &= (N - 1)l_M + 2 \dim(\hat{\theta}) \\ &\quad - (N - 1)l_T - K(K + 1) \\ &= (N - 1)f_M - 2df_M \\ &= \chi^2 - 2df_M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BIC &= BIC_M - BIC_T \\ &= (N - 1)l_M + 2 \log(N) \times \dim(\hat{\theta}) \\ &\quad - (N - 1)l_T - \log(N) \times K(K + 1) \\ &= (N - 1)f_M - 2 \log(N) \times df_M \\ &\quad = \chi^2 - 2 \log(N) \times df_M \end{aligned}$$